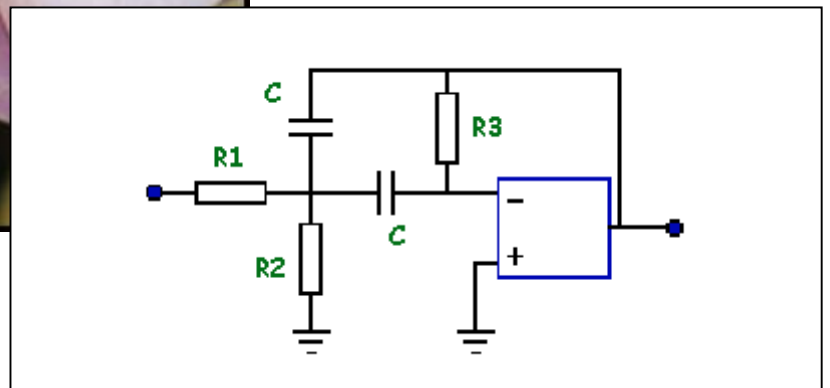




Le filtrage analogique



jean-philippe muller

version juillet 2002

Sommaire	page
I) Les différentes familles de filtres	3
II) Les filtres à bande large	
• le filtre passe-bas passif du premier ordre	6
• le filtre passe-bas actif du premier ordre	8
• le filtre passe-bas actif du 2 ^{ème} ordre	9
• les filtres actifs passe-bas d'ordre supérieur	11
• exemples de filtre passe-bande et passe-haut	12
III) Les filtres à bande étroite	
• les filtres sélectifs	14
• les filtres réjecteurs	16
IV) Le filtre actif universel	18
V) Les filtres à capacités commutées	21
VI) Les filtres à résonateur mécanique	
• les filtres céramique	23
• les filtres à onde de surface	25

I) Les différentes familles de filtres :

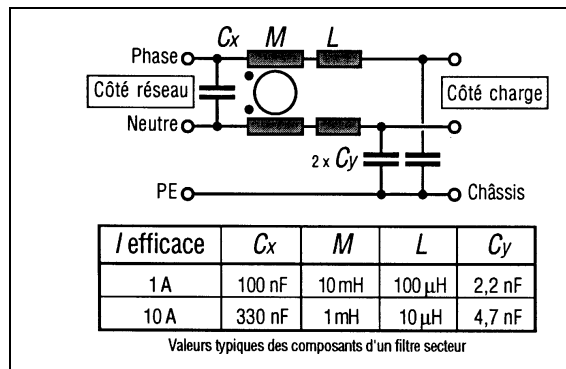
Le filtrage est une forme de traitement de signal, obtenu en envoyant le signal à travers un ensemble de circuits électroniques pour :

- modifier son spectre de fréquence et donc sa forme
- modifier sa phase et donc sa forme
- extraire une partie de l'information liée à ce signal
- éliminer ou affaiblir des fréquences parasites indésirables
- isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquence utiles

Le filtrage s'applique à des signaux représentés sous forme analogique (filtres analogiques), ou sous forme numérique après échantillonnage du signal (filtres numériques).

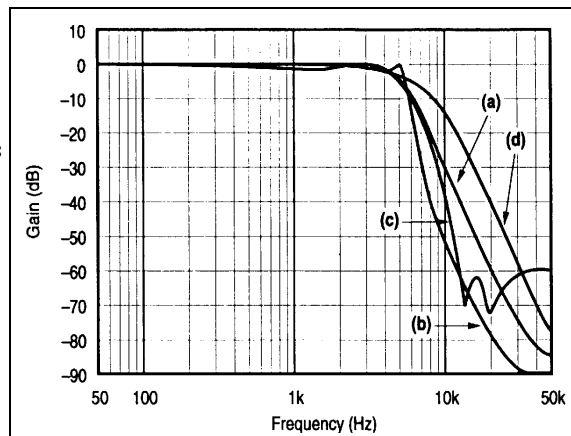
Les filtres s'appliquent aux systèmes de télécommunication (téléphone, télévision, radio, magnétoscopes, transmission de données), aux systèmes d'acquisition et de traitement de signaux physiques (surveillance médicale, ensemble de mesure, radars), et de façon générale à tous les signaux qu'ils soient analogiques ou numériques. Les systèmes d'alimentation électrique utilisent aussi des filtres (passe-bas) pour éliminer les parasites indésirables.

Figure 1.
Filtre
d'alimentation de
structure
classique



Un filtre est caractérisé par une fonction de transfert $\underline{I}(j\omega)$ déterminant le rapport V_s/V_e des tensions d'entrée et de sortie. Pratiquement, un filtre est caractérisé par deux courbes de réponse, **amplitude/fréquence** et **phase/fréquence**.

Figure 2.
Courbes
amplitude-
fréquence de
filtres passe-bas
du 5^{ème} ordre.



- a) réponse de Butterworth
- b) Chebychev
- c) Chebychev inverse
- d) Bessel

Pendant de nombreuses années les filtres ont été constitués à partir de composants discrets passifs (L,C,R) assemblés en chaîne de cellules. Mais c'est une technique qui se prête mal à la miniaturisation.

De nouvelles techniques de réalisation s'imposent de plus en plus, qui permettent d'intégrer certains types de filtres dans les circuits intégrés .

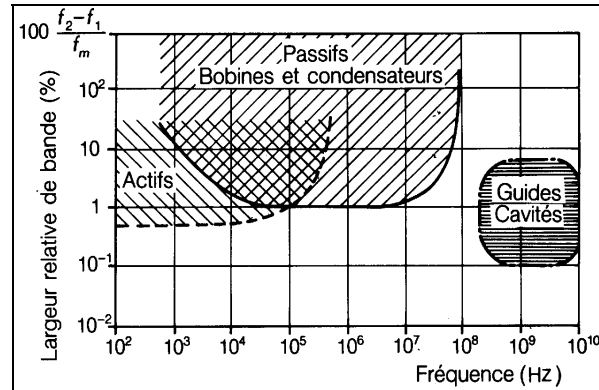
C'est le cas des filtres actifs, utilisant des amplificateurs opérationnels, en particulier les filtres à capacités commutées utilisés dans les centraux téléphoniques, et des filtres numériques.

La grande famille des filtres se divise en plusieurs catégories :

- les filtres analogiques
 - passifs (circuits RLC)
 - actifs (ampli. opérationnels, résistances, capacités)
 - à capacités commutées
- les filtres numériques.

Les **filtres passifs** sont presque toujours constitués d'**inductances** de haute qualité et de **condensateurs**.

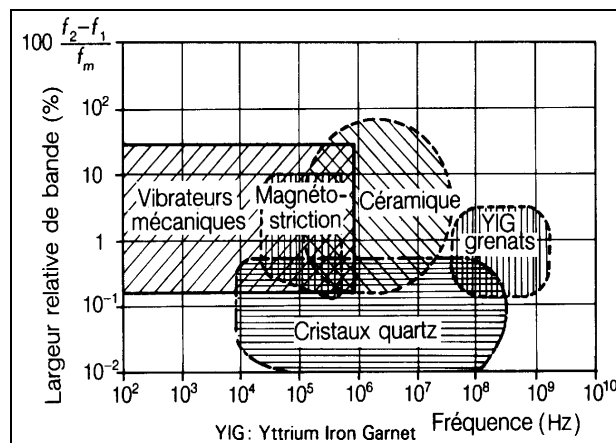
Figure 3.
Domaine
d'utilisation des
filtres classiques



Lorsqu'il n'est pas possible ou souhaitable d'utiliser des inductances bobinées, il est fait appel à des composants électromécaniques qui ont des coefficients de surtension a très élevés : résonateurs piézo-électriques tels que **quartz**, **céramiques** ou **résonateurs à ondes de surface** (SAW).

Ces composants se modélisent en fonction de L et C. Il est ainsi possible d'obtenir une très bonne stabilité de performances et une grande sélectivité.

Figure 4.
Domaine
d'utilisation des
filtres à
résonateur
mécanique



Jusque dans les années 1970, les filtres passifs LC étaient pratiquement les seuls utilisés. Il en existe un très grand nombre en usager en particulier en téléphonie et audiovisuel.

Actuellement la tendance est de n'utiliser ces filtres passifs que pour les hautes ou très hautes fréquences, ou pour filtrer des signaux de puissance élevée. Ils servent de modèle car ils ont une sensibilité très faible aux variations de valeurs des composants qui les constituent.

Leur principal défaut est de ne pas être intégrables (bien que des inductances intégrées commencent à apparaître en laboratoire pour de faibles valeurs), et de nécessiter l'emploi d'inductances de haute qualité, en général bobinées, donc encombrantes, lourdes et coûteuses.

Les **filtres actifs** sont constitués de condensateurs et de résistances, et d'éléments actifs qui sont presque toujours des amplificateurs opérationnels. Ils sont moins encombrants, plus faciles à réaliser et donc moins coûteux. Par contre ils ne sont pas utilisables avec des signaux de fréquences trop élevées le maximum pratique étant de quelques mégahertz.

Les composants actifs nécessitent une source d'alimentation, introduisent du bruit et limitent la tension maximale traitable.

Les filtres actifs standards restent difficiles à intégrer dans leur totalité, même si les technologies des chips permettent de réaliser résistances, condensateurs et même inductances, car ils requièrent des valeurs très précises pour certains composants comme les résistances (à moins de pouvoir ajuster les résistances par laser).

Les **filtres à capacités commutées**, qui sont une variante de filtres actifs, sont constitués uniquement d'interrupteurs électroniques, de condensateurs, et d'amplificateurs opérationnels. Ils ont fait leur apparition au début des années 1980, pour les centraux et modems téléphoniques.

Leur intérêt est d'être totalement intégrables et programmables en fréquence de coupure. Ils peuvent remplacer les filtres actifs classiques dans les fabrications de grande série, mais aussi dans des applications de laboratoires, ou des petites séries, en utilisant des cellules universelles de filtres disponibles sur catalogue auprès des constructeurs de chips, et programmables en fréquence par les utilisateurs.

Les **filtres numériques** traitent un signal digitalisé et peuvent être :

- câblés en circuits logiques
- programmés en logiciels et exécutés sur un processeur

Les filtres numériques sont totalement intégrables, souples et performants. Chaque fois que cela est possible, c'est maintenant le type de filtre utilisé en priorité. Ils ne s'appliquent pas lorsque les fréquences à filtrer sont trop élevées, si la consommation visée doit être faible, ou si les puissances en jeu sont moyennes ou élevées.

De plus, ils nécessitent presque toujours en amont un préfiltrage du signal analogique avant sa numérisation pour éliminer les repliements de spectre, et en aval un lissage par filtrage du signal analogique reconstitué.

Dans tous les cas lorsque l'on souhaite réaliser des filtres en peu d'exemplaires, ou avec des performances très pointues, il est préférable d'utiliser des filtres analogiques passifs ou actifs.

Type	Composants	Spécificités
Filtres passifs	composants discrets L,C et piézo-électriques	fréquence élevée énergie élevée pas d'alimentation non intégrables
Filtres actifs standards	ampli. opérationnels composants R,C discrets ou intégrés	fréquence < à quelques MHz besoin d'alimentation tension de sortie faible < à 15V intégrables
Filtres à capacités commutées	ampli. opérationnels composants R,C intégrés interrupteurs MOS	fréquence < à quelques MHz besoin d'alimentation tension de sortie faible < à 5V intégrables fréquence programmable
Filtres numériques	circuits logiques intégrés	signaux numérisés fréquence < à 100 MHz énergie faible idéaux pour de grandes séries

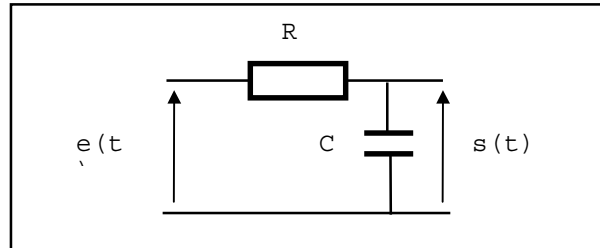
II) Les filtres à bande large :

On range dans cette catégorie les filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande. Nous étudierons principalement les filtres passe-bas et donnerons simplement quelques exemples de filtres passe-haut et passe-bande.

1) Filtre passe-bas passif du premier ordre :

C'est le filtre le plus simple, réalisé le plus souvent à l'aide d'une résistance et d'un condensateur.

Figure 5.
Passe-bas du
premier ordre.



La transmittance de ce filtre s'écrit facilement :

$$T(j\omega) = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Le rapport entre la valeur de la tension de sortie et de la tension d'entrée est donné par le module de cette transmittance :

$$T = \frac{S}{E} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Ce module décroît avec la fréquence et tend vers zéro lorsque la fréquence devient très grande, ce qui montre qu'il s'agit d'un filtre passe-bas.

Les quelques valeurs remarquables de cette transmittance sont :

- si $\omega = 0$ ou $\omega \ll \omega_0$ $T = 1$ - la tension de sortie S est égale à la tension d'entrée E
- si $\omega = \omega_0$ $T = 0,707$ - S est légèrement plus faible que E
- si $\omega = 10 \omega_0$ $T = 0,1$ - la tension S est égale au dixième de la tension d'entrée E
- si $\omega \gg \omega_0$ $T \rightarrow 0$ - la tension de sortie S devient de plus en plus faible

Pour étudier les filtres, on utilise plus volontiers le gain G exprimé en décibels et défini de la façon suivante :

$$G = T_{dB} = 20\log(T)$$

Les valeurs particulières précédentes deviennent alors :

- si $\omega = 0$ ou $\omega \ll \omega_0$ $T = 1$ \Rightarrow $G = 0$ dB
- si $\omega = \omega_0$ $T = 0,707$ \Rightarrow $G = -3$ dB
- si $\omega = 10 \omega_0$ $T = 0,1$ \Rightarrow $G = -20$ dB
- si $\omega \gg \omega_0$ $T \rightarrow 0$ \Rightarrow $G \rightarrow -\infty$

La **fréquence de coupure** est la fréquence pour laquelle le gain a chuté de 3 dB par rapport à sa valeur maximale. Pour notre filtre passe-bas du premier ordre la pulsation de coupure vaut donc :

$$\omega_c = \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{soit} \quad f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Ce filtre passe-bas introduit également un déphasage φ entre entrée et sortie : $\varphi = -\text{Arctg} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$

Il prend les valeurs particulières suivantes :

- si $\omega = 0$ ou $\omega \ll \omega_0$ alors $\varphi = 0$
- si $\omega = \omega_0$ alors $\varphi = -45^\circ$
- si $\omega \gg \omega_0$ alors $\varphi \rightarrow -90^\circ$

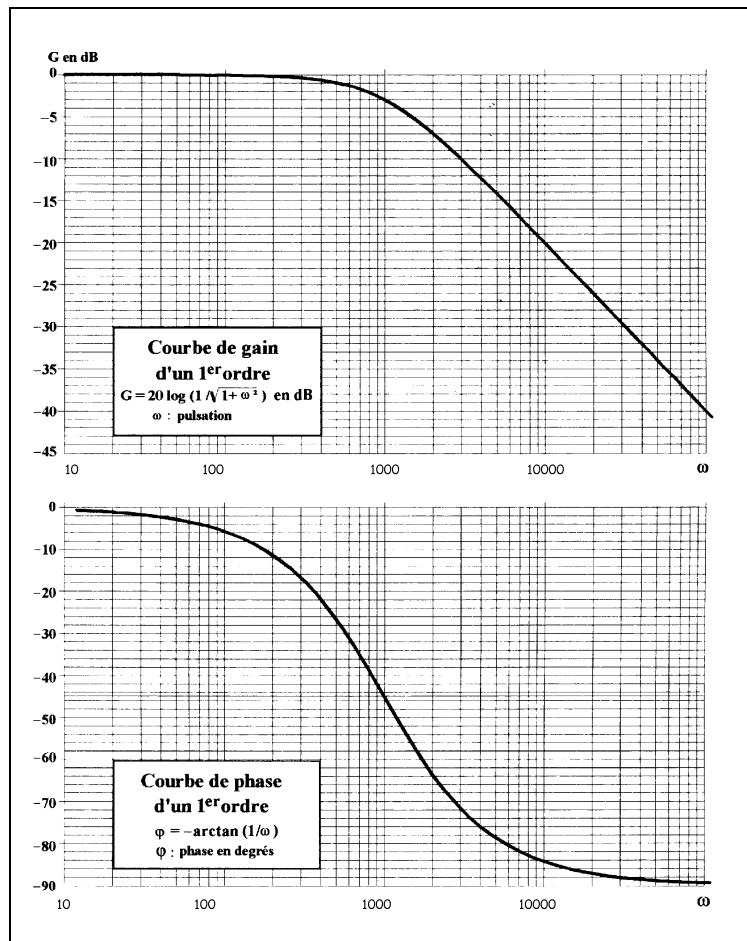
On constate que le déphasage augmente avec la fréquence et tend vers une valeur de $-\pi/2$.

Ce déphasage est une conséquence de la variation du gain en fonction de la fréquence. D'une façon très générale, **toute variation de gain entraîne une rotation de phase**, et plus la variation de gain est rapide lorsque la fréquence varie plus la rotation de phase est importante.

Par exemple, pour avoir un filtre coupant à $\omega_c = 1000$ rad/s soit à $f_c = \frac{1000}{2\pi} = 159$ Hz

on pourra prendre les valeurs $R = 1$ k Ω et $C = 1$ μ F

Figure 6.
Courbes de gain
et de phase du
passe-bas du
premier ordre.



Les courbes ci-contre permettent de déterminer aisément la tension de sortie et le déphasage lorsqu'un injecte un signal de fréquence donnée.

Si on injecte 1V à $\omega = 20000$ rad/s, on a :

$G = -26$ dB soit $T = 0.05$ et $\varphi = -45^\circ$

Le signal de sortie sera donc :

- d'amplitude $S = 0,05V$
- déphasé de -45° par rapport à l'entrée.

2) Le filtre passe-bas actif du premier ordre :

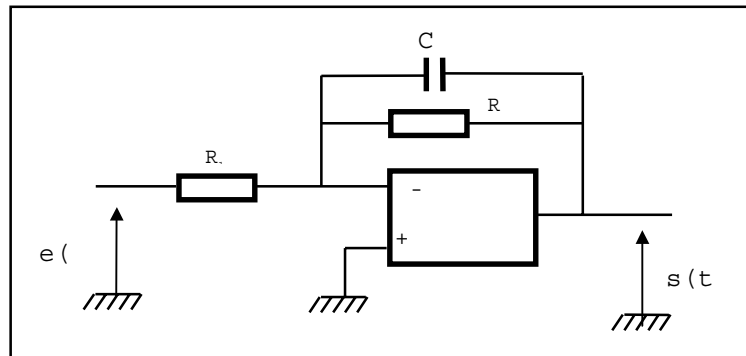
Le filtre passe-bas précédent ne fonctionne correctement que s'il n'est pas chargé. Il doit donc être suivi d'un étage à grande impédance d'entrée.

Pour contourner cette limitation on peut introduire un amplificateur opérationnel qui apporte un certain nombre de possibilités intéressantes :

- avoir une impédance de sortie très faible et donc un montage insensible dans à l'étage suivant
- avoir une amplification supérieure à 1 dans la bande passante
- augmenter l'ordre, c'est-à-dire la pente de la courbe de gain après la coupure

Voici un exemple de filtre passe-bas actif du premier ordre :

Figure 7.
Filtre passe-bas
du premier ordre
actif.



La transmittance s'écrit :

$$T(j\omega) = \frac{-R}{R1} \frac{1}{1 + jRC\omega} = \frac{T_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Ce filtre a donc :

- une amplification aux basses fréquences $T_0 = \frac{-R}{R1}$
- une fréquence de coupure $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

Exemple : avec $R1 = 1 \text{ kohms}$, $R = 10 \text{ kohms}$, $C = 1 \text{ nF}$

on aura : **$T_0 = -10$** et **$f_c = 15,6 \text{ kHz}$**

3) Filtre passe-bas actif du deuxième ordre :

On peut améliorer la fonction passe-bas en augmentant la pente de la courbe de gain après la coupure pour obtenir un filtre d'ordre 2 ou plus.

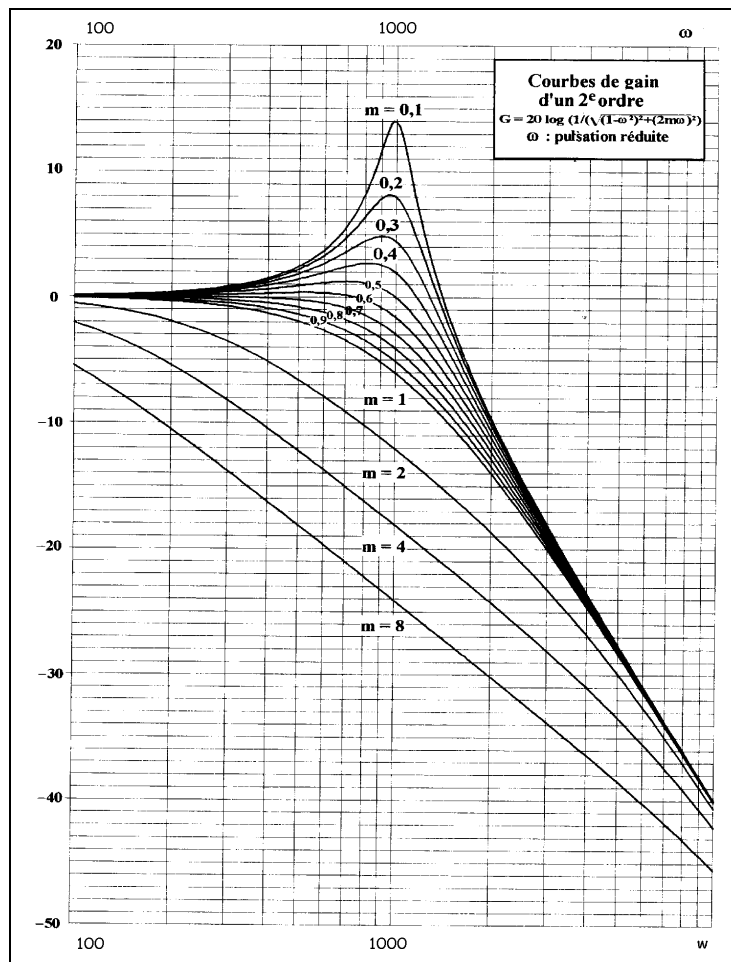
L'expression générale de la transmittance d'un filtre passe-bas du second ordre est la suivante :

$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

dans laquelle ω_0 est la pulsation propre et m l'amortissement.

Les courbes de gain et de phase dépendent de la valeur de l'amortissement m , comme le montre les courbes de gain et de phase d'un filtre du second ordre de pulsation propre 1000 rad/s.

Figure 8.
Influence de
l'amortissement
 m sur la courbe
de gain.



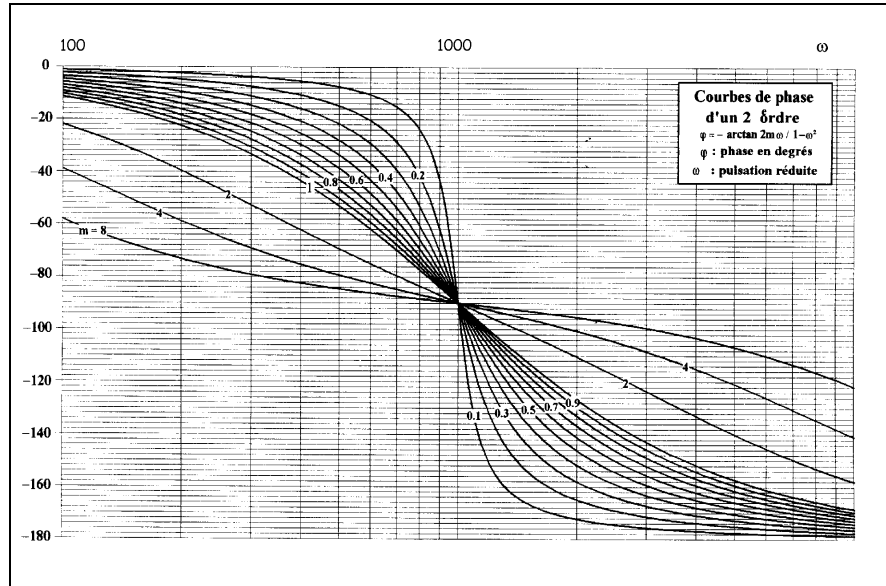
La fréquence de coupure, définie à $G_0 - 3\text{dB}$, dépend également de la valeur de m .

Les valeurs de m les plus utilisées sont $m = 0,707$ (réponse de Butterworth) et $m = 1$.

On peut remarquer que pour $m=0,707$, la fréquence de coupure est égale à la pulsation propre ω_0 .

La rotation de phase totale est de 180 degrés.

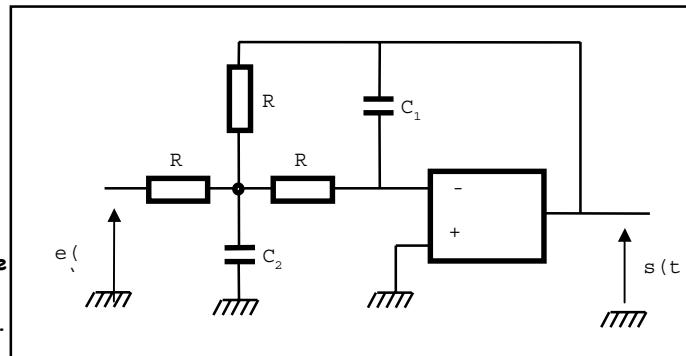
Figure 9.
Influence de l'amortissement m sur la courbe de phase.



Les schémas de filtre actifs du second ordre sont très nombreux.

Exemple : réalisation pratique d'un **filtre passe-bas de Rauch** du second ordre .

Figure 10.
Schéma de filtre passe-bas actif du second ordre.



Sa transmittance s'exprime simplement en fonction des différents composants :

$$T(j\omega) = \frac{-1}{1 + j3RC_1\omega + (j\omega R\sqrt{C_1C_2})^2} \quad \text{avec}$$

- amplification en continu : $T_0 = -1$

- pulsation propre : $\omega_c = \frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$ et

- amortissement : $m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

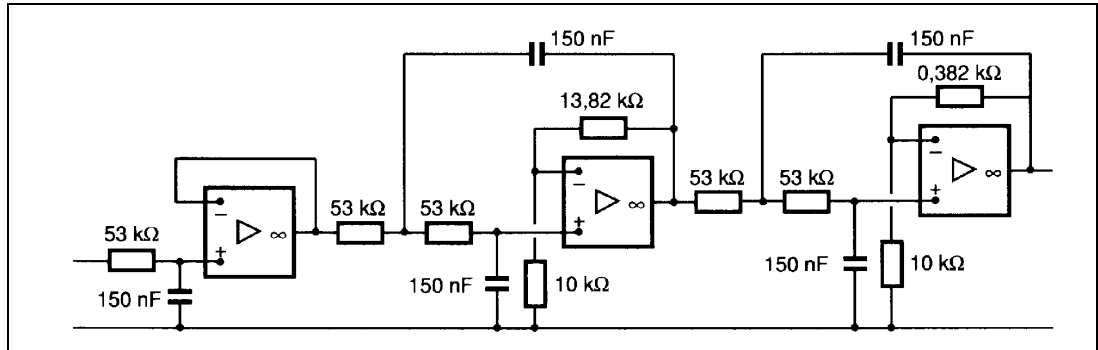
4) Les filtres actifs passe-bas d'ordre supérieur :

On peut évidemment augmenter encore l'ordre en cascade de cellules du premier ou du deuxième ordre pour obtenir des filtres ayant très rapidement une atténuation importante au-delà la fréquence de coupure.

Voici un exemple de filtre passe-bas du 5^{ème} ordre ayant les caractéristiques suivantes :

- un passe-bas du premier ordre
- deux passe-bas du 2^{ème} ordre de type Sallen et Key
- fréquence de coupure $f_c = 20$ Hz
- amplification dans la bande passante : $T_0 = 3,3$ soit $G = 10,35$ dB
- atténuation à 50 Hz : 38 dB

Figure 11.
Exemple de
filtre passe-bas
du 5^{ème} ordre.

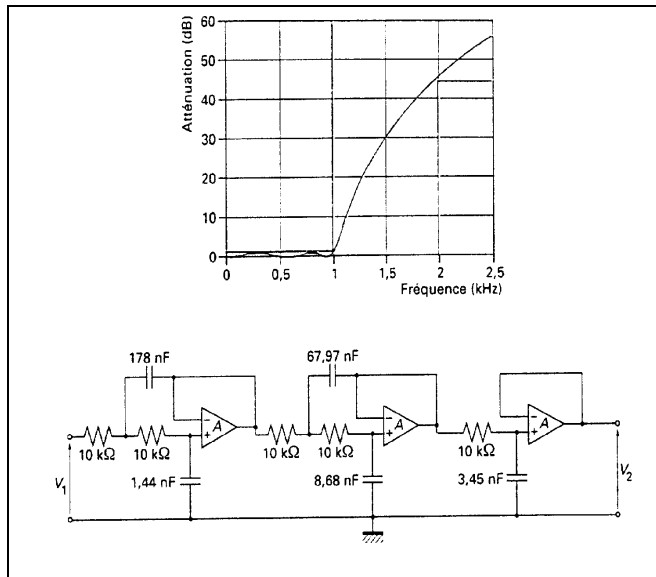


La synthèse de ce type de filtre est délicate et fait aujourd'hui appel à des logiciels spécialisés permettant de calculer les valeurs des composants pour répondre à un objectif donné.

On constate sur cet exemple pratique que la réalisation de ces filtres d'ordre élevé fait appel à des **composants de précision** et ceci complique sérieusement l'utilisation de tels filtres dans les réalisations en grande série à cause de l'augmentation de coût qui en résulte.

D'autre part les caractéristiques des amplificateurs opérationnels interviennent sur les propriétés de ces filtres et rendent leur mise au point assez délicate.

Figure 12.
Exemple de
filtre passe-bas
du 5^{ème} ordre
de Chebycheff .



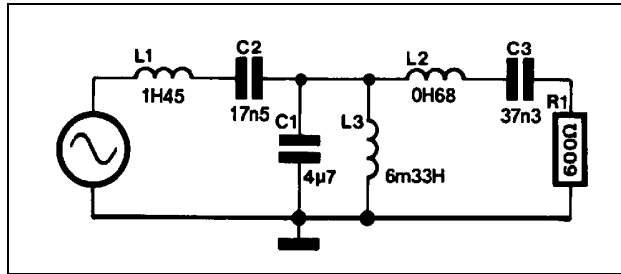
- affaiblissement maximal en bande passante : 1 dB de 0 à 1 kHz
- affaiblissement minimal en bande atténuée : 45 dB au delà de 2 kHz

5) Exemples de filtres passe-bande et passe-haut :

Le premier exemple est un **passe-bande passif** qui laisse passer les signaux dont les fréquences vont de $f_1 = 950 \text{ Hz}$ à $f_2 = 1050 \text{ Hz}$ soit une bande passante de 100 Hz .

L'atténuation à 900 Hz et à 1100 Hz est au moins de 20 dB .

Figure 13.
Exemple de
filtre passe-
bande passif.



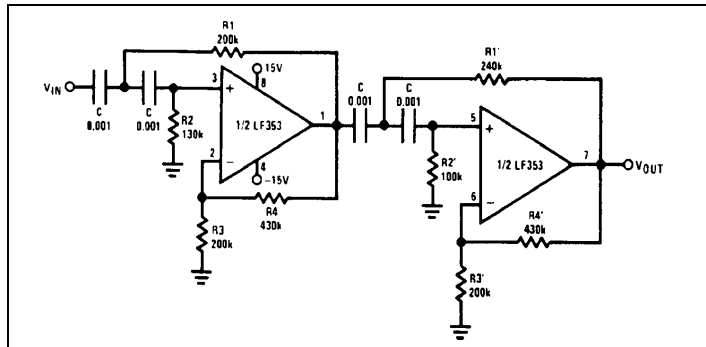
Plusieurs points sont à relever :

- la nécessité de disposer de composants de précision
- les inductances sont de fortes valeurs et par conséquent encombrantes et chères
- ces inductances auront une résistance série non négligeable

Ces raisons font que les filtres passifs sont peu utilisés aux fréquences basses et on préfère de beaucoup les filtres actifs qui permettent de réaliser les mêmes fonctions sans utilisation d'inductances.

Exemple de **filtre actif passe-haut** du 4^{ème} ordre coupant à $f_c = 1 \text{ kHz}$:

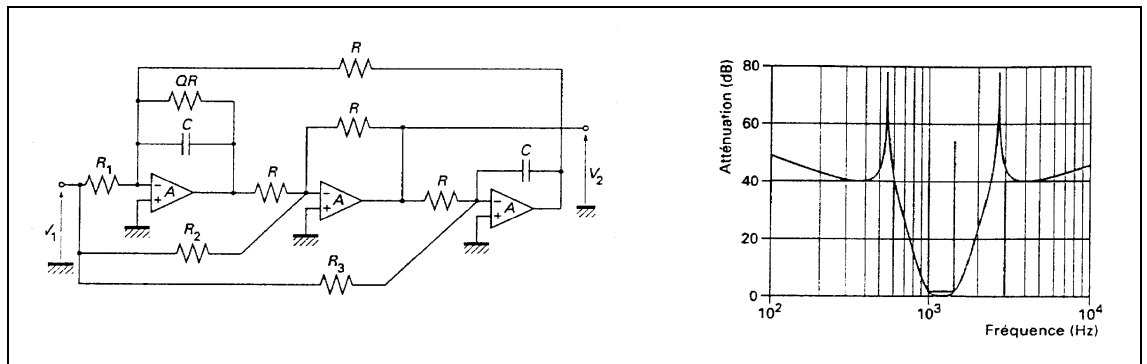
Figure 14.
Exemple de
filtre passe-haut
du 4^{ème} ordre.



L'amplification dans la bande est de 10 et la réponse est du type Butterworth.

Exemple de **filtre passe-bande** actif de 1000 à 2000 Hz :

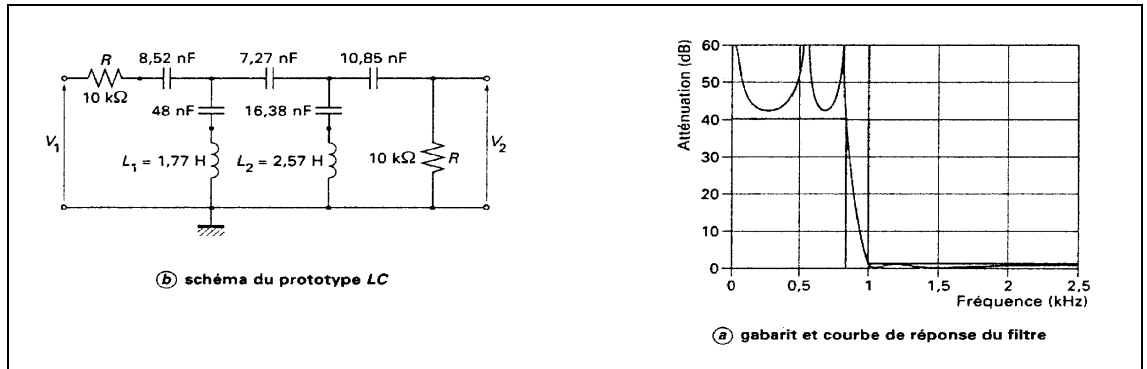
Figure 15.
Exemple de
filtre passe-
bande.



Cellule 1 : R=10,37 kΩ	QR=43,47 kΩ	R ₁ =262 kΩ	R ₂ =62,74 kΩ	R ₃ =15,06 kΩ
Cellule 2 : R=13,00 kΩ	QR=24,20 kΩ	R ₁ =24,20 kΩ	R ₂ = ∞	R ₃ = ∞
Cellule 3 : R=16,28 kΩ	QR=68,00 kΩ	R ₁ =132,0 kΩ	R ₂ =31,60 kΩ	R ₃ =98,47 kΩ

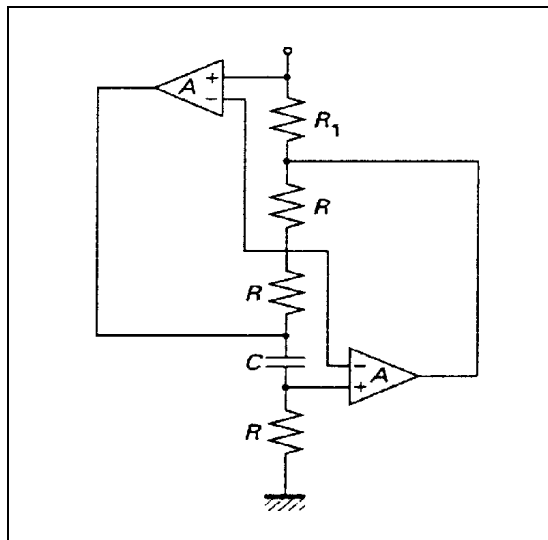
Dans certains cas, il peut être intéressant de transformer un filtre passif R,L,C en filtre actif en supprimant les inductances coûteuses et génératrices de perturbations par des montages simulateurs d'inductances appelés aussi gyrateurs.

Figure 16.
Filtre passe-bas avant transformation.



Les deux inductances peuvent maintenant être remplacées par deux gyrateurs réalisés de la façon suivante :

Figure 17.
Structure du montage gyrateur.



Pour le premier gyrateur, on prendra : $C = 10 \text{ nF}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_1 = 17,7 \text{ k}\Omega$
 et pour le second gyrateur, on prendra : $C = 10 \text{ nF}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_1 = 25,7 \text{ k}\Omega$

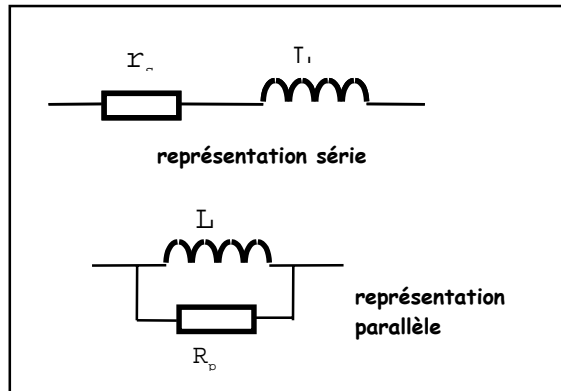
III) Les filtres à bande étroite :

On range dans cette catégorie les filtres sélectifs et les réjecteurs.

1) Les filtres sélectifs :

La plupart des filtres sélectifs utilisent la résonance parallèle ou série d'un circuit LC. Une bobine a toujours une résistance série r_s et, si elle est de bonne qualité, peut se représenter de deux façons :

Figure 18.
Les deux modèles
d'une inductance
réelle.

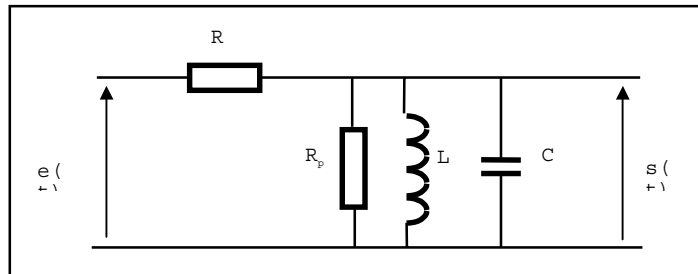


Si la résistance série de la bobine est faible, le **coefficient de qualité Q** de la bobine sera plus grand que l'unité et on a les relations suivantes :

$$Q = \frac{L\omega}{r_s} = \frac{R_p}{L\omega} \quad \text{si } Q \gg 1$$

Le filtre sélectif passif de base a la structure suivante :

Figure 19.
Structure de
base du passe-
bande.



Aux fréquences basses la sortie est court-circuitée par la bobine et aux fréquences élevées par le condensateur.

La tension passe donc par un maximum à une fréquence appelée fréquence de résonance à laquelle l'impédance du circuit LC devient infinie.

La transmittance du filtre s'écrit :

$$T(j\omega) = \frac{Z_{RpLC}}{R + Z_{RpLC}} = \frac{R_p}{R_p + R} \frac{jL\omega \left(\frac{R + R_p}{R \cdot R_p} \right)}{1 + jL\omega \frac{R + R_p}{R \cdot R_p} - LC\omega^2}$$

Elle se met sous la forme standard :

$$T(j\omega) = T_0 \cdot \frac{j2m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

avec :

$$T_0 = \frac{R_p}{R + R_p} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad m = \frac{R + R_p}{2R \cdot R_p} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Le filtre est plus ou moins sélectif suivant la valeur de m puisque la bande passante B_ω est liée au coefficient d'amortissement par :

$$Q = \frac{1}{2m} = \frac{\omega_0}{B_\omega} = \frac{f_0}{B_f}$$

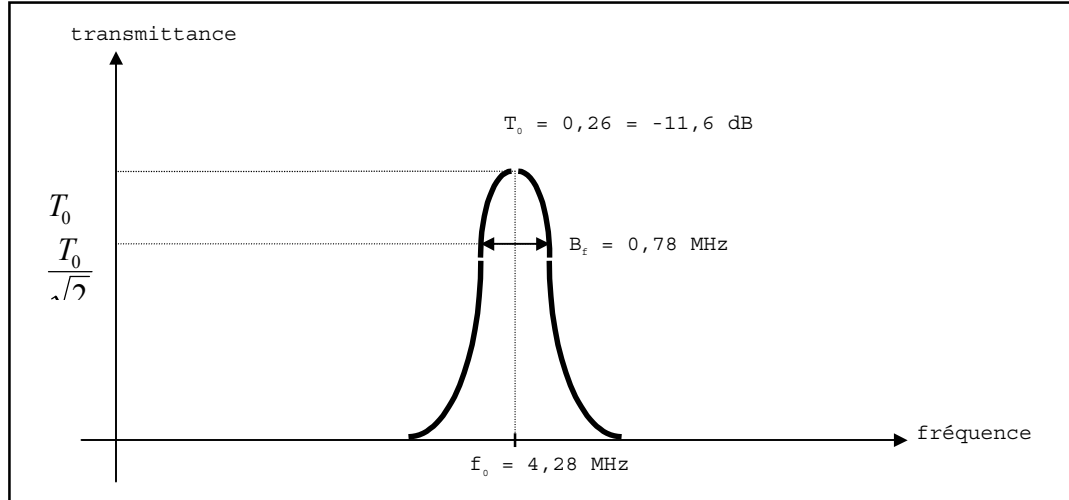
Exemple : filtre sélectif à 4,28 MHz isolant le signal de chrominance SECAM centré sur 4,28 MHz

- condensateur $C = 120 \text{ pF}$
- bobine d'inductance réglable autour de $L = 10 \text{ }\mu\text{H}$ et de résistance parallèle $R_p = 2300 \text{ }\Omega$
- résistance d'attaque $R = 6,5 \text{ k}\Omega$

Pour une résonance à 4,28 MHz, la bobine devra être réglée à $L_0 = 11,5 \text{ }\mu\text{H}$. L'amortissement vaut alors : $m = 0,091$ ce qui correspond à une bande passante : $B_f = f_0 \cdot 2m = 0,780 \text{ MHz}$

Le module de la transmittance de ce filtre varie en fonction de la fréquence selon la courbe suivante :

Figure 20.
Courbe de
réponse d'un
filtre passe-
bande.



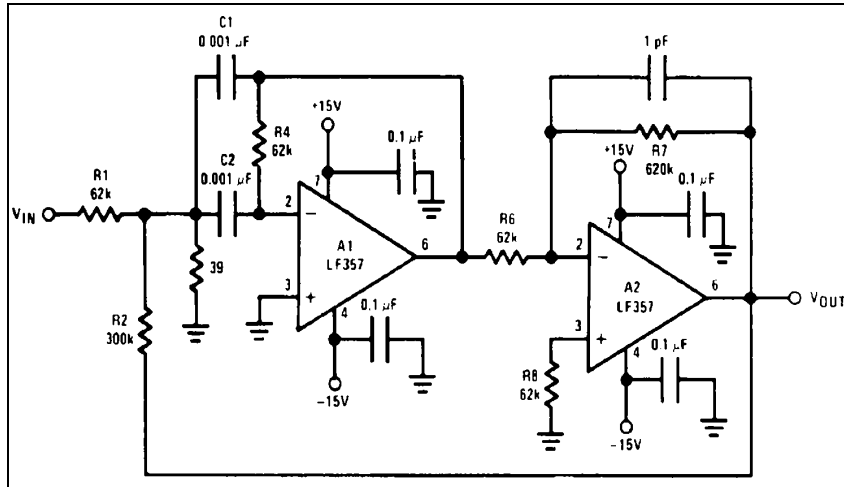
Ce type de filtre est extrêmement courant dès que la fréquence centrale du filtre dépasse quelques centaines de kilohertz.

Citons quelques domaines d'applications :

- dans un récepteur radio ou TV pour sélectionner la station à recevoir
- dans un magnétoscope pour isoler la luminance ou la chrominance
- dans les amplificateurs qui doivent traiter une bande de fréquence étroite... etc ...

Ce type de filtre peut aussi être réalisé autour d'amplificateurs opérationnels pour des fréquences centrales basses bien entendu :

Figure 21.
Exemple de
filtre passe-
bande à
amplificateur
opérationnel.

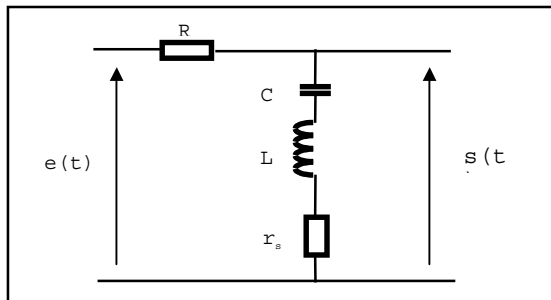


Le schéma ci-dessus correspond à un filtre sélectif centré sur 100 kHz et ayant un $Q = 40$.

2) Les filtres réjecteurs :

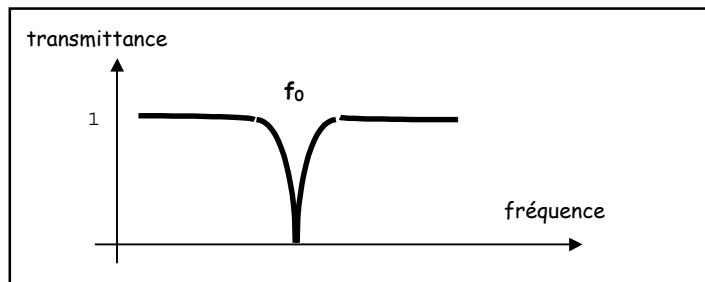
Ce type de filtre est construit autour d'un circuit LC série dont l'impédance passe par un minimum très net à la résonance.

Figure 22.
Structure d'un
filtre LC
réjecteur.



Si la résistance r_s est faible par rapport à R , la tension de sortie passe pratiquement par 0 à la fréquence de résonance, ce qui donne une courbe de transmittance qui a l'allure suivante :

Figure 23.
Courbe de
réponse d'un
filtre réjecteur.



Les filtres réjecteurs appelés « trap » par les anglo-saxons sont très utiles dans les circuits de TV et magnétoscopes pour éliminer des signaux indésirables.

L'exemple suivant est un **réjecteur à gyrateur** proposé par le fabricant Maxim.

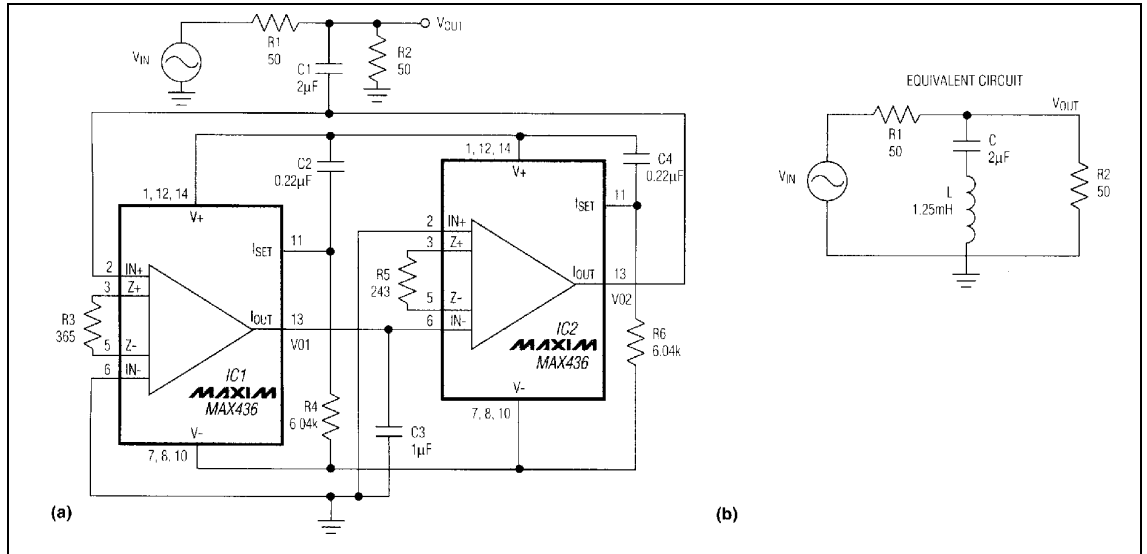
L'itinéraire de transmission du courant continu ne comporte pas d'AOp et donc pas de décalage continu., ni d'erreur de gain en continu en dehors d'une atténuation de -6dB causée par le diviseur R1/R2.

L'itinéraire du courant alternatif comprend un condensateur C1 et une inductance synthétique comprenant deux amplificateurs de transconductance large bande et leurs composants associés.

On obtient un circuit actif qui émule le filtre passif de la figure b. La simulation de l'inductance évite l'utilisation d'une inductance réelle.

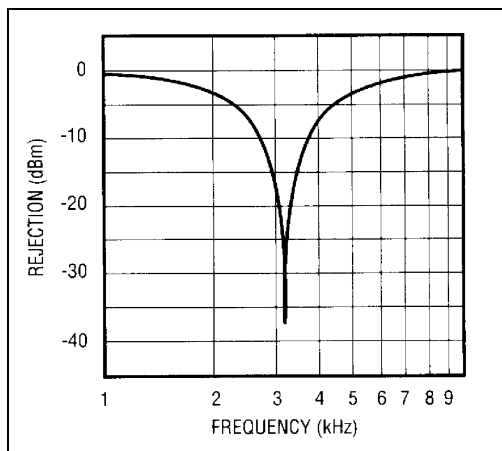
L'inductance équivalente Leq est définie par $C/gm1.gm2$, où $gm1$ et $gm2$ correspondent à des transconductances produites par IC1 et IC2.

Figure 24. Schéma d'un filtre réjecteur à gyrateur.



La courbe de réponse montre que le filtre obtenu est bien un réjecteur centré sur 3,217 kHz.

Figure 25. Courbe de réponse du filtre réjecteur.



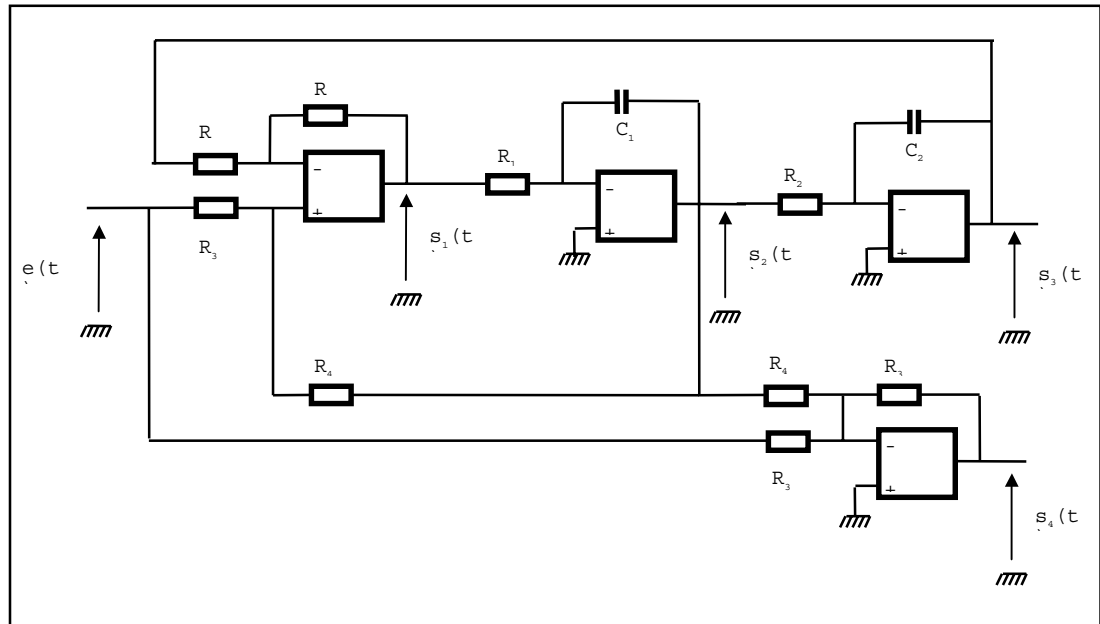
IV) Le filtre actif universel ou à variable d'état :

Il existe une structure de filtre actif qui permet de réaliser avec le même montage les 4 fonctions de filtrage principales à savoir :

- filtre passe-bas
- filtre passe-haut
- filtre passe-bande sélectif
- filtre réjecteur

Le schéma de base comporte 4 amplificateurs opérationnels :

Figure 26.
Structure du
filtre universel à
variable d'état.



Ce circuit comprend 4 sorties $s_1(t), s_2(t), s_3(t)$ et $s_4(t)$ et les transmittances correspondantes sont :

$$T_1(j\omega) = \frac{A_0 \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad A_0 = \frac{2R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\text{et } m = \frac{R_4}{R_3} \frac{R_3}{R_3 + R_4} \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

Il s'agit d'un **passe-haut du deuxième ordre** de pulsation propre ω_0 .

La deuxième sortie correspond à :

$$T_2(j\omega) = \frac{A_1 2jm \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad A_1 = - \frac{R_4}{R_3}$$

$$m = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

Il s'agit d'un **passé-bande du deuxième ordre** centré sur ω_0 .

La troisième sortie correspond à :

$$T_3(j\omega) = \frac{A_0}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad A_0 = \frac{2R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\text{et } m = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

Il s'agit d'un **passé-bas du deuxième ordre** de pulsation propre ω_0 .

Et la dernière sortie donne une transmittance T_4 telle que :

$$T_4(j\omega) = \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 1}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$\text{et } m = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}$$

Il s'agit d'un **réjecteur du deuxième ordre** centré sur ω_0 .

Ces filtres présentent une grande souplesse de réglage, ce qui est extrêmement agréable :

- pour ω_0 on peut agir sur R_1 , R_2 , C_1 ou C_2
- pour m on peut agir sur R_3 ou R_4

Plusieurs fabricants comme MAXIM, National Semiconductors et Analog Devices proposent de telles structures où les condensateurs des 2 intégrateurs sont intégrés sur le chip pour une meilleure reproductibilité des performances.

Les technologies disponibles sont le **CMOS**, le **bipolaire** et ou la technologie mixte **BiCMOS**.

Solution idéale pour les grandes séries, l'intégration complète d'un filtre actif pose de gros problèmes relatifs à la précision des composants, la dynamique des valeurs que l'on peut obtenir, la linéarité et l'influence des capacités parasites, notamment.

Les **résistances** peuvent être intégrées de trois façons différentes :

- **Résistances en silicium polycristallin** : leurs valeurs ne peuvent dépasser quelques dizaines de kiloohms et leur précision reste très médiocre (de l'ordre de 1 %). Actuellement, l'ajustage est possible par morsure laser mais demeure onéreux.
- **Résistances réalisées par un canal de transistor MOS** : on peut obtenir de cette façon des résistances de valeur beaucoup plus élevée mais malheureusement les résistances MOS ne sont pas linéaires en fonction de la tension appliquée à leurs bornes. ce qui limite considérablement l'amplitude des signaux. Mais les résistances MOS sont **ajustables** par la tension appliquée à leur grille. Cet avantage peut être mis à profit pour réaliser des filtres réglables électroniquement, propriété particulièrement intéressante et recherchée.

Les **condensateurs** intégrés sont réalisés sous forme d'oxyde de silicium métallisé et ont des valeurs limitées à quelques dizaines de picofarads, sous peine d'utiliser une trop grande surface de silicium.

La précision de fabrication de ces condensateurs est liée au contrôle de l'épaisseur d'oxyde. Elle n'est pas meilleure que 1 % pour des condensateurs isolés. Mais plusieurs condensateurs réalisés en même temps peuvent avoir des rapports définis avec des précisions meilleures que 0,1 %.

Le fabricant Burr-Brown propose le circuit UAF42 est un circuit intégré monolithique qui contient :

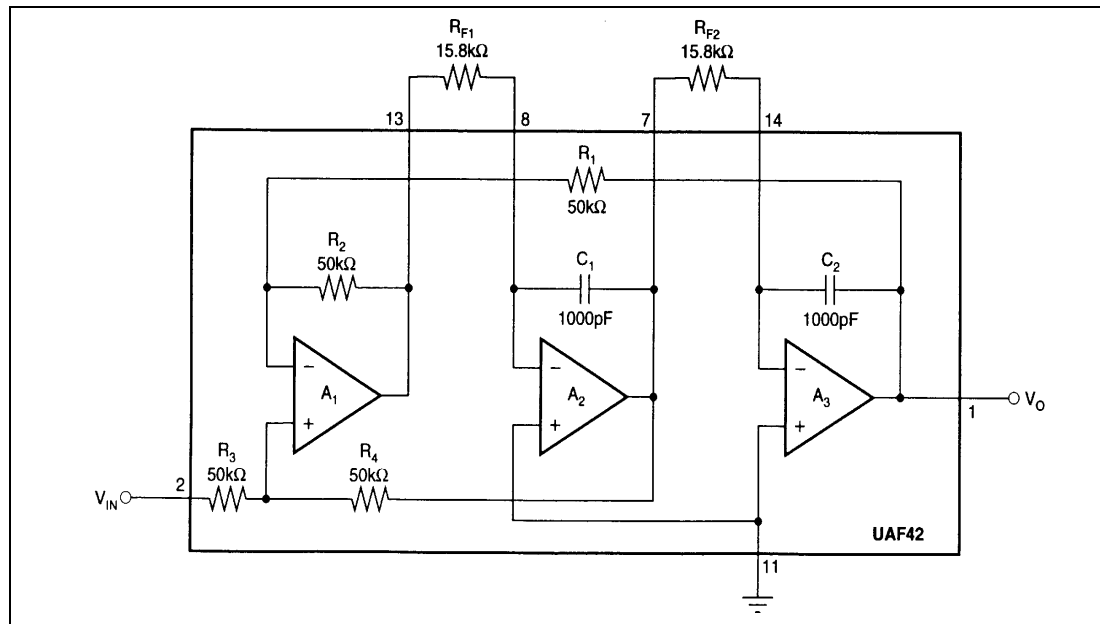
- les amplificateurs opérationnels
- les résistances de précision de 50 k Ω
- deux condensateurs de précision de 1000 pF

permettant de réaliser un filtre du second ordre à variable d'état.

L'exemple ci-dessous montre la réalisation d'un passe-bas du 2^{ème} ordre qui a les caractéristiques suivantes :

- réponse de Chebichev
- fréquence de coupure $f_c = 10$ kHz
- gain unitaire dans la bande passante
- ondulation dans la bande passante limitée à 1,25 dB

Figure 27.
Filtre actif à
variable d'état
UAF42.

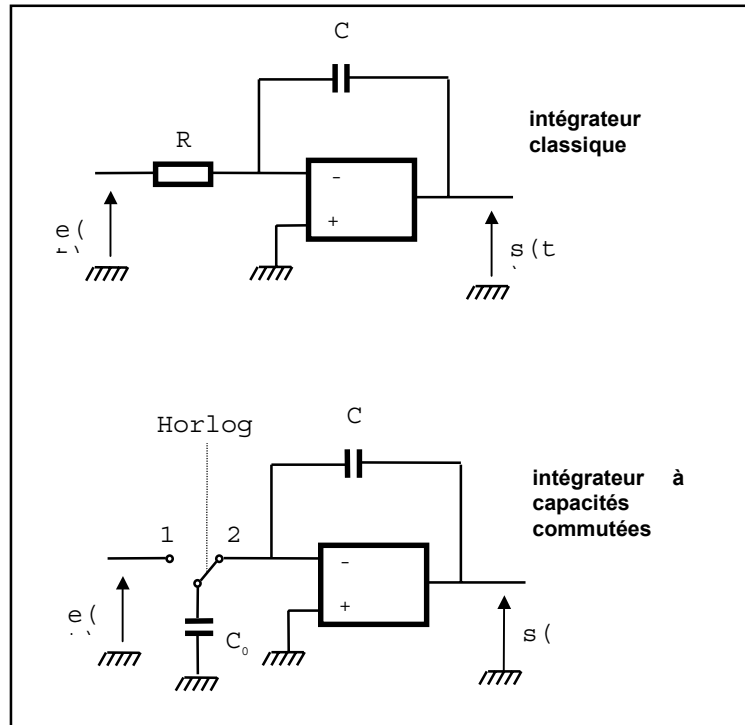


V) Les filtres à capacités commutées :

La structure du filtre à variable d'état précédente a donné naissance à une nouvelle famille de filtres dits « à capacité commutée ».

Cette technique concerne les intégrateurs dont les constantes de temps $\tau_1 = R_1C_1$ et $\tau_2 = R_2C_2$ déterminent directement la fréquence centrale ou de coupure du filtre. Plutôt que d'utiliser des composants de précision, on réalise ces intégrateurs à l'aide de 2 condensateurs implantés directement sur le chip.

Figure 28.
Principe de
l'intégrateur à
capacités
commutées.



L'interrupteur CMOS est commandé à une fréquence d'horloge f_h :

- de $t = 0$ à $T_h/2$ C_0 se charge sous $e(t)$ et reçoit donc une charge $Q = C_0 \cdot e$
- de $t = T_h/2$ à T_h la charge est transférée en totalité à C

Dans l'intervalle $0, T_h$ le courant moyen qui a circulé s'écrit : $i = Q / T_h = C_0 \cdot e / T_h = C_0 \cdot e \cdot f_h$

ce qui correspond à une résistance apparente $R = e/i = 1/C_0 \cdot f_h$

La constante de temps de l'intégrateur vaut : $\tau = RC = C / C_0 \cdot f_h$
et peut facilement être ajustée en jouant sur la fréquence d'horloge f_h

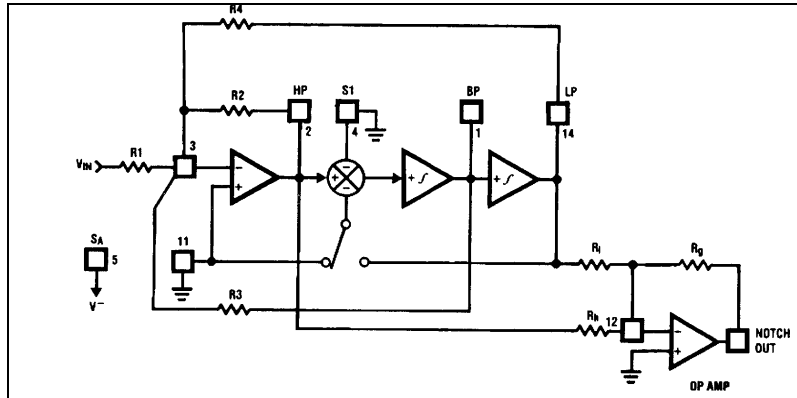
On peut donc à l'aide de ce dispositif réaliser les **filtres actifs à variable d'état dont la fréquence de coupure (ou centrale pour un filtre sélectif) est programmable par une fréquence d'horloge**, propriété tout à fait nouvelle dans un circuit analogique.

On sait réaliser sur le substrat des condensateurs de faible valeur avec une précision de l'ordre de 1%, mais si on implante sur le substrat les deux condensateurs C et C_0 la précision sur le rapport des deux capacités est maîtrisée à mieux que 0,1%. Les deux condensateurs étant sur le même substrat sont forcément à la même température, ce qui évite les problèmes de dérive thermique.

Grâce à des perfectionnements spécifiques et à l'excellente adaptation des technologies MOS aux circuits à capacités commutées, les constructeurs proposent des dispositifs fonctionnant couramment à des fréquences d'horloge de quelques centaines de kilohertz et ayant un rapport signal à bruit de l'ordre de 80 à 90 dB.

Le fabricant de circuits intégrés National Semiconductors propose depuis quelques années le MF5 qui est un circuit intégré permettant de réaliser des filtres à capacités commutées.

Figure 29.
Structure interne du MF5.



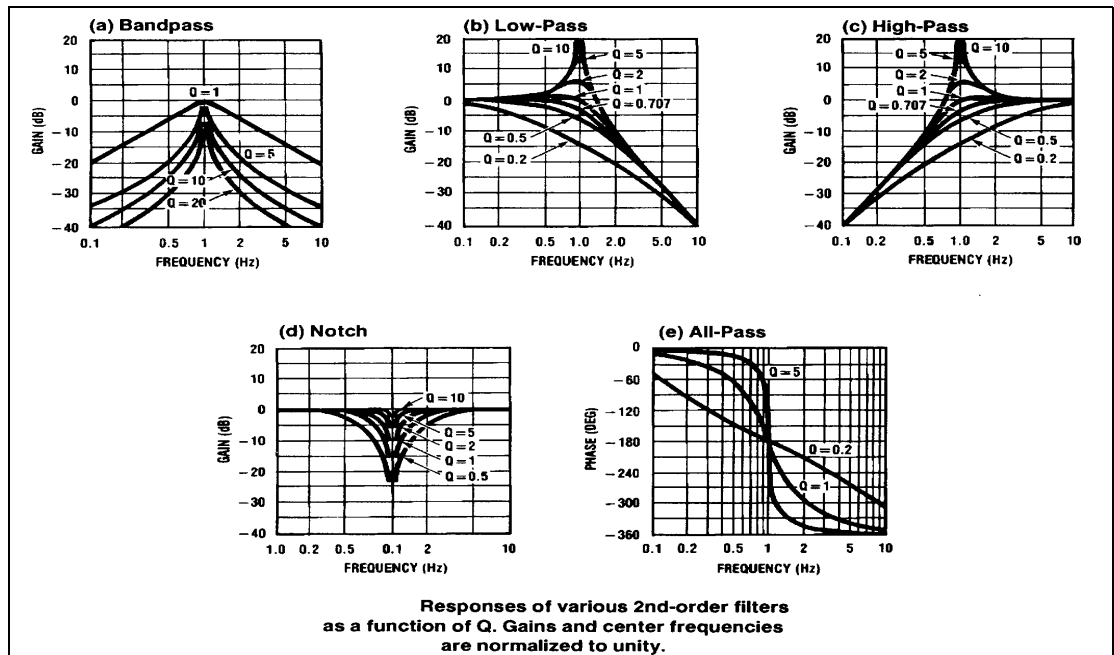
General Description

The MF5 consists of an extremely easy to use, general purpose CMOS active filter building block and an uncommitted op amp. The filter building block, together with an external clock and a few resistors, can produce various second order functions. The filter building block has 3 output pins. One of the output pins can be configured to perform highpass, all-pass or notch functions and the remaining 2 output pins perform bandpass and lowpass functions. The center frequency of the filter can be directly dependent on the clock frequency or it can depend on both clock frequency and external resistor ratios. The uncommitted op amp can be used for cascading purposes, for obtaining additional all-pass and notch functions, or for various other applications. Higher order filter functions can be obtained by cascading several MF5s or by using the MF5 in conjunction with the MF10 (dual switched capacitor filter building block). The MF5 is functionally compatible with the MF10. Any of the classical filter configurations (such as Butterworth, Bessel, Cauer and Chebyshev) can be formed.

Features

- Low cost
- 14-pin DIP or 14-pin Surface Mount (SO) wide-body package
- Easy to use
- Clock to center frequency ratio accuracy $\pm 0.6\%$
- Filter cutoff frequency stability directly dependent on external clock quality
- Low sensitivity to external component variations
- Separate highpass (or notch or allpass), bandpass, low-pass outputs
- $f_0 \times Q$ range up to 200 kHz
- Operation up to 30 kHz (typical)
- Additional uncommitted op-amp

Figure 30.
Exemples de filtres réalisés avec le MF5.



VI) Les filtres à résonateurs mécaniques :

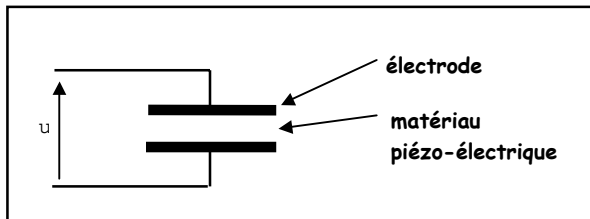
1) Les filtres céramiques :

La piézoélectricité est une propriété particulière de certains matériaux comme le quartz, le niobate de lithium ou le tantalate de lithium.

Une lame de matériau piézoélectrique placée entre deux électrodes se comporte de la façon suivante :

- lorsqu'on applique une tension, la lame se déforme
- lorsqu'on applique une déformation, une tension apparaît

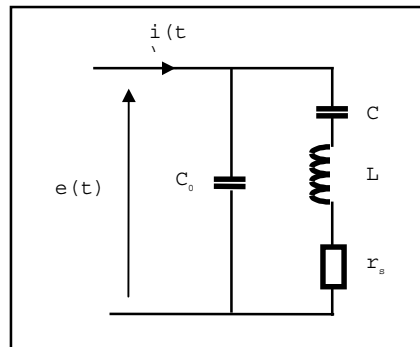
Figure 31.
Le résonateur piézo-électrique.



Ce dispositif présente une **fréquence de résonance mécanique** liée aux dimensions de la lame de matériau piézoélectrique, et cette résonance mécanique se traduit par une variation d'impédance.

Ce dipôle, qui se présente en basse-fréquence comme un condensateur, a un comportement particulier au voisinage de la résonance et a le schéma équivalent suivant :

Figure 32.
Schéma équivalent électrique d'un résonateur mécanique.



- C_0 représente la capacité inter électrodes
- L , C et r_s traduisent la résonance mécanique

Le coefficient de qualité à la fréquence de résonance $Q = L\omega/r_s$ est d'autant plus élevé que la résonance mécanique est pointue.

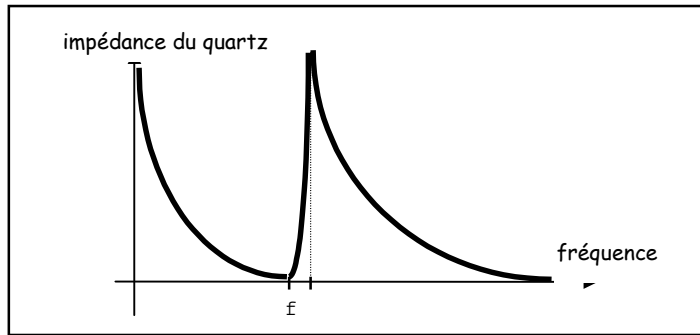
Ces résonateurs présentent toujours deux fréquences de résonances pour lesquelles l'impédance Z est résistive :

- la résonance série $f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ $Z = r_s$
- la résonance parallèle ou antirésonance $f_a = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{C \cdot C_0}{C + C_0}}}$ Z très élevée

A cause de la faible valeur de la capacité C ces deux fréquences f_r et f_a sont très proches.

L'impédance du quartz varie fortement lorsque la fréquence varie.

Figure 33.
Evolution de l'impédance d'un résonateur en fonction de la fréquence.



On trouve deux grandes familles de résonateurs piézoélectriques :

- les **quartz** (lame taillée dans un cristal)

ordres de grandeur : $L = 0,1 \text{ à } 10 \text{ H}$ $C = 0,001 \text{ à } 0,1 \text{ pF}$
 $r_s = 100 \text{ } \Omega \text{ à } 10 \text{ k}\Omega$ $C_0 = 5 \text{ à } 30 \text{ pF}$

- les **céramiques** (poudre piézoélectrique comprimée)

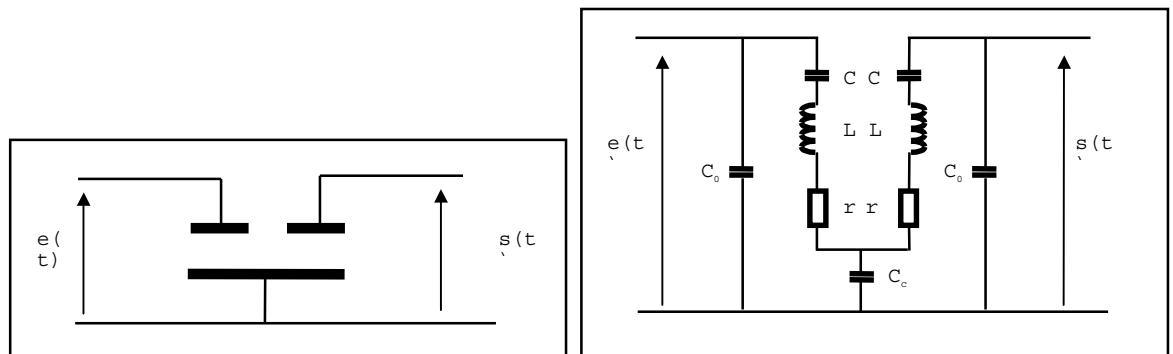
ordres de grandeur : $L = 1 \text{ à } 100 \text{ mH}$ $C = 0,01 \text{ à } 1 \text{ pF}$
 $r_s = 100 \text{ } \Omega \text{ à } 10 \text{ k}\Omega$ $C_0 = 50 \text{ à } 300 \text{ pF}$

Ces résonateurs sont évidemment utilisés pour stabiliser en fréquence un oscillateur. C'est la principale utilisation des résonateurs à quartz.

Mais on peut aussi les utiliser pour faire des filtres sélectifs et ce type d'applications se développe fortement.

Les filtres céramiques sont constitués par l'association de deux résonateurs couplés :

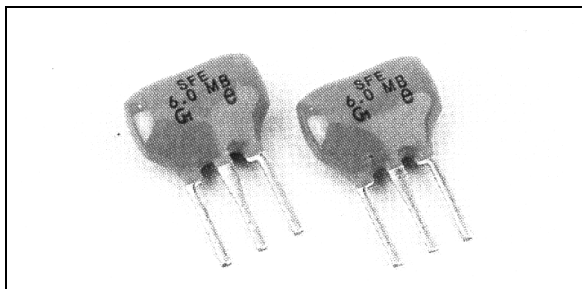
Figure 34.
Le filtre
céramique et son
schéma
équivalent..



Le condensateur C_c traduit le couplage des deux résonateurs par le substrat.

L'ensemble forme un filtre sélectif centré sur la fréquence de résonance f_r avec une bande passante dépendant des résistances r_s et de la capacité de couplage C_c .

Figure 35.
Allure réelle d'un
filtre céramique.



- filtre céramique centré sur 6 MHz, impédance d'attaque et de charge 470 Ω
- bande passante à -3dB de 80 kHz, bande passante à -20 dB à 800 kHz

2) Filtres de bande à onde de surface :

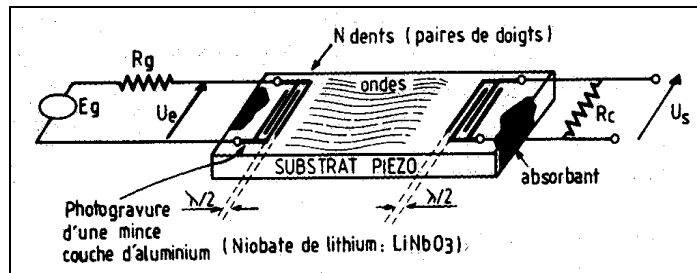
Pour des équipements produits en grandes quantités comme les tuners TV, il n'est pas envisageable d'utiliser des filtres passe-bande à composant RLC discrets, trop sensibles aux dispersions sur les valeurs de composants et à leur vieillissement.

On utilise donc des Filtres à Onde de Surface (FOS) ou Surface Acoustic Wave (SAW) ajustés en usine et pouvant donc être implantés directement sur la carte sans réglage.

Les FOS sont réalisés sur un substrat piézo-électrique à base de niobate de lithium (LiNbO_3) sur lequel on a imprimé quelques paires de dents imbriquées, espacées de $\lambda/2$.

Lorsqu'on applique un signal entre ces dents, le matériau piézo-électrique se contracte et cette déformation mécanique se propage en surface (d'où l'appellation onde de surface) jusque sous le peigne de réception où la déformation est transformée en signal électrique par effet piézo-électrique inverse.

Figure 36.
Structure d'un
filtre à onde de
surface..



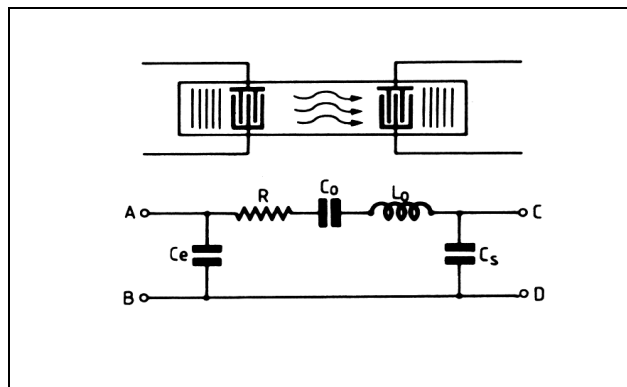
La vitesse de propagation dans le matériau est de l'ordre de $v = 3500$ m/s, ce qui va correspondre à une longueur d'onde à la fréquence intermédiaire $f_i = 246$ MHz de :

$$\lambda = v/f_i = 14,2 \mu\text{m}$$

et un écartement entre les dents de $d = \lambda/2 = 7,1 \mu\text{m}$

A cette fréquence le transfert entre peigne d'entrée et de sortie sera maximal et ce filtre se comporte comme un circuit résonant série :

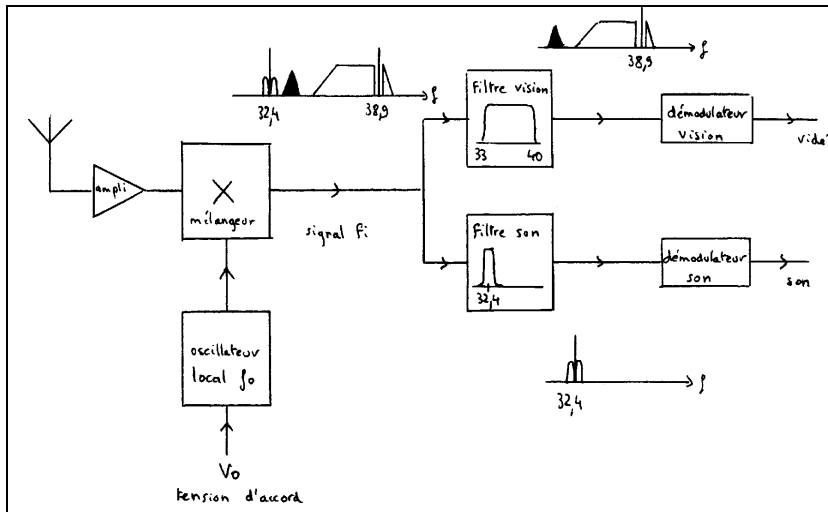
Figure 37.
Schéma
équivalent
électrique d'un
filtre à onde de
surface..



En jouant sur la longueur et le nombre des branches des peignes émetteur et récepteur, on peut modifier la forme de la courbe de réponse et obtenir des filtres sélectifs dont la courbe de réponse est satisfaisante.

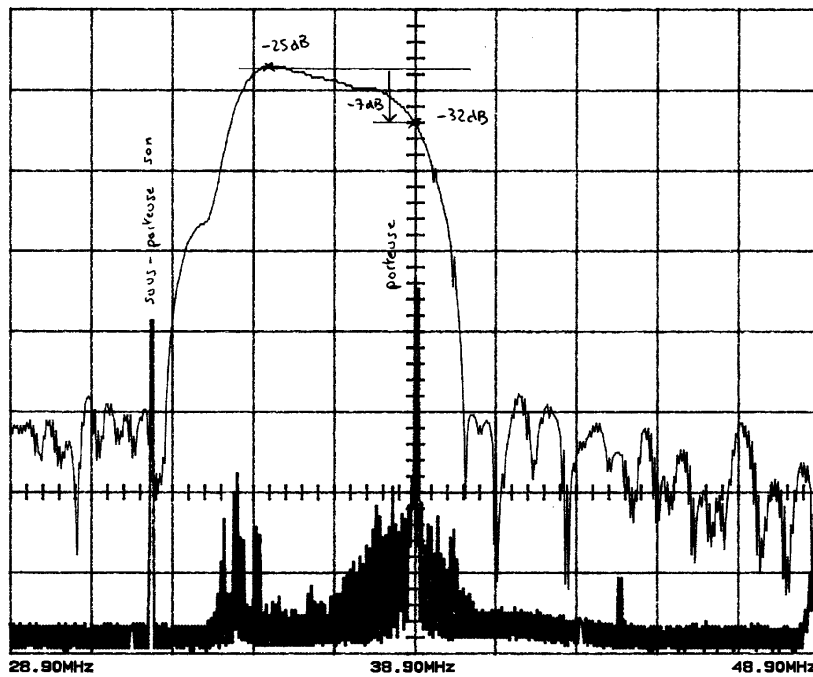
Ces filtres FOS sont utilisés dans la partie Tuner d'un téléviseur ou d'un magnétoscope comme filtre « vision » pour sélectionner l'émetteur désiré après le changement de fréquence.

Figure 38.
Situation du
filtre fi vision.



La figure ci-dessous montre le gabarit du filtre à onde de surface superposé au spectre du signal TV et montre le rôle de ce filtre :

Figure 39.
Rôle du filtre fi vision.



- isoler un seul émetteur en supprimant les émetteurs des canaux adjacents
- débarrasser cet émetteur de sa sous-porteuse son



Exemples de filtres analogiques



jean-philippe muller

version juillet 2001

Sommaire

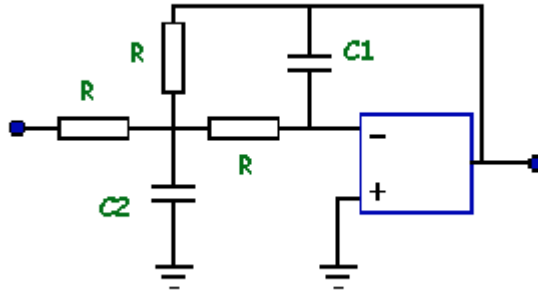
- 1-filtre de Rauch passe-bas**
- 2-filtre de Rauch passe-haut**
- 3-filtre de Rauch passe-bande**

- 4-filtre de Sallen-Key passe-bas**
- 5-filtre de Sallen-Key passe-haut**
- 6-filtre de Sallen-Key passe-bande**

Remarque : ces filtres sont des filtres du second ordre

1 - Filtre de Rauch passe-bas

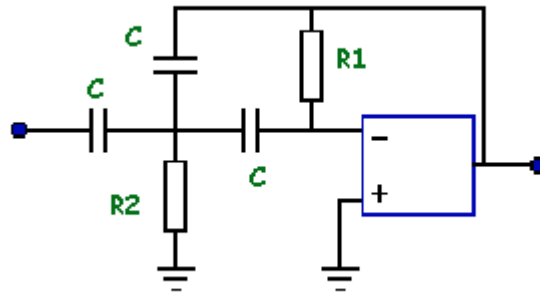
- schéma :



- transmittance :
$$T(j\omega) = \frac{A}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification en continu : $A = -1$
- pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$
- amortissement : $m = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

2 - Filtre de Rauch passe-haut

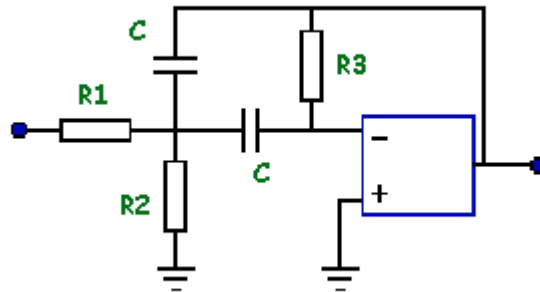
- schéma :



- transmittance :
$$T(j\omega) = A \cdot \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification en continu : $A = -1$
- pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R_1 R_2}}$
- amortissement : $m = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$

3 - Filtre de Rauch passe-bande

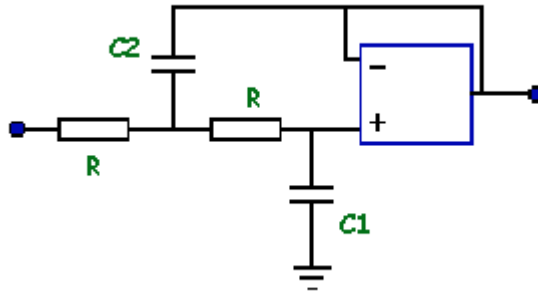
- schéma :



- transmittance :
$$T(j\omega) = A \cdot \frac{j2m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification à la fréquence centrale :
$$A = -\frac{R_3}{2R_1}$$
- pulsation propre :
$$\omega_0 = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3}}$$
- amortissement :
$$m = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_3 (R_1 + R_2)}}$$
- remarque : permet de réaliser des filtres sélectifs de Q élevé

4 - Filtre de Sallen-Key passe-bas

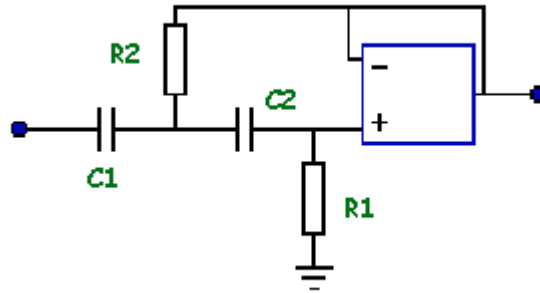
- schéma :



- transmittance :
$$T(j\omega) = \frac{A}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification en continu : $A=1$
- pulsation propre : $\omega_0 = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}}$
- amortissement : $m = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$

5 - Filtre de Sallen-Key passe-haut

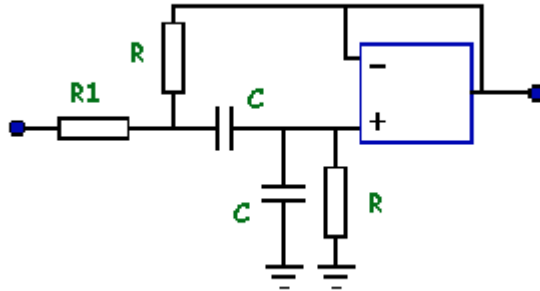
- schéma :



- transmittance :
$$\underline{T}(j\omega) = A \cdot \frac{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification en continu : $A=1$
- pulsation propre :
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$
- amortissement :
$$m = \frac{R_2(C_1 + C_2)}{2\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

6 - Filtre de Sallen-Key passe-bande

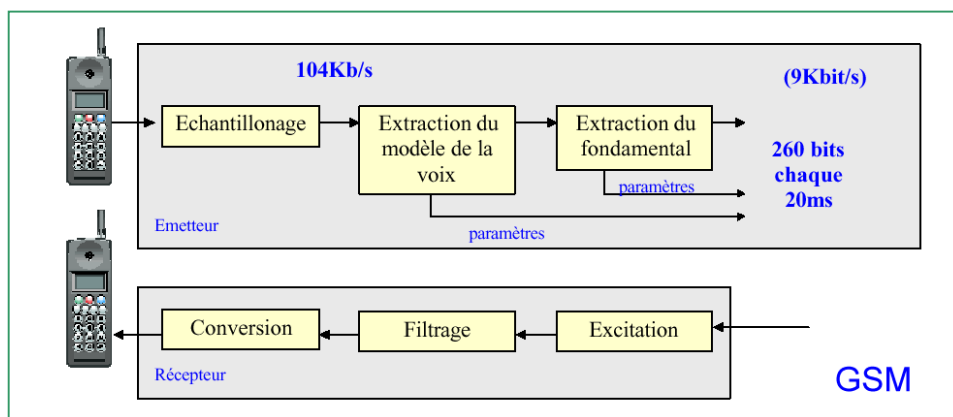
- schéma :



- transmittance :
$$\underline{T}(j\omega) = A \cdot \frac{j2m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2jm \frac{\omega}{\omega_0} + \left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
- amplification à la fréquence centrale :
$$A = \frac{R}{2(R+R_1)}$$
- pulsation propre :
$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \sqrt{1 + \frac{R}{R_1}}$$
- amortissement :
$$m = \sqrt{1 + \frac{R}{R_1}}$$
- remarque : ne permet pas de réaliser des filtres sélectifs de Q élevé



Le filtrage numérique



jean-philippe muller

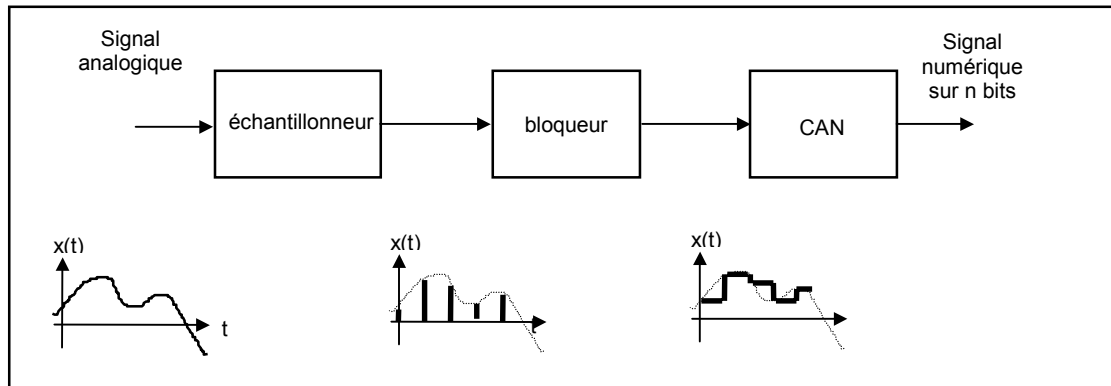
Sommaire	page
I) L'acquisition d'un signal analogique	
• Echantillonnage	3
• Spectre du signal échantillonné	4
• Règle de Shannon	5
• Le filtre anti-repliement	6
• Le bloqueur	7
• La quantification	8
II) Le filtrage numérique	
• Transformée en z d'une séquence numérique	10
• Transmittance en z d'un filtre numérique	11
• Algorithme de calcul de y_n	12
• Stabilité d'un filtre	13
• Réponse harmonique d'un filtre	14
• Synthèse d'un filtre numérique	15
• Réalisation matérielle des filtres numériques	16
III) La restitution du signal analogique	
• Par bloqueur et filtrage passe-bas	17
• Distorsion du spectre due au bloqueur	18
• Utilisation d'un filtre compensateur de sinus cardinal	19
• Restitution par suréchantillonnage	20
Annexes :	
• A - exemples de filtres antirepliement	21
• B - exemple de filtre compensateur de sinus cardinal	22
• C - exemple d'interface entrée sortie pour DSP	23
• D - tableau des transformées en z	24
• E - le filtre numérique dans la synthèse vocale	25

I) Acquisition d'un signal analogique :

Elle se fait en trois phases distinctes :

- la prise d'un échantillon ou échantillonnage
- son maintien durant la conversion A/N ou blocage
- la conversion analogique-numérique

Figure 1.
Structure de la chaîne d'acquisition d'un signal analogique.



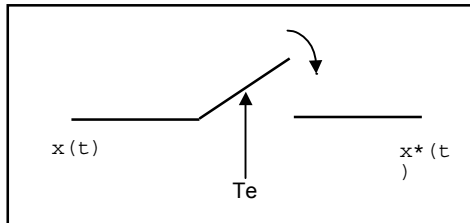
L'échantillonnage modifie la forme du signal et donc son spectre . On étudiera successivement les différents aspects de cette acquisition.

1) Echantillonnage :

Pour échantillonner un signal analogique continu $x(t)$ et le transformer en une suite discrète d'échantillons $x^*(t)$, on prélève périodiquement à des intervalles de temps T_e la valeur du signal.

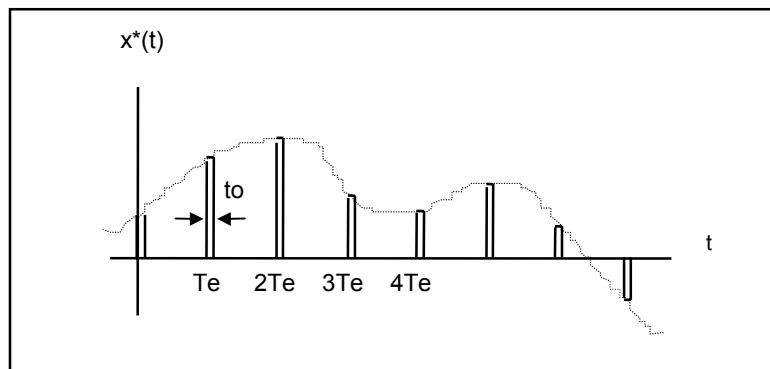
Cette fonction de prélèvement d'échantillons est assurée par un commutateur analogique K qui se ferme durant un temps t_0 très bref toutes les T_e secondes. Ce temps t_0 s'appelle temps d'ouverture de la porte d'échantillonnage.

Figure 2.
L'échantillonneur.



Le signal échantillonné est constitué par un train d'impulsions espacées de T_e , de largeur t_0 et d'amplitude $x(nT_e)$.

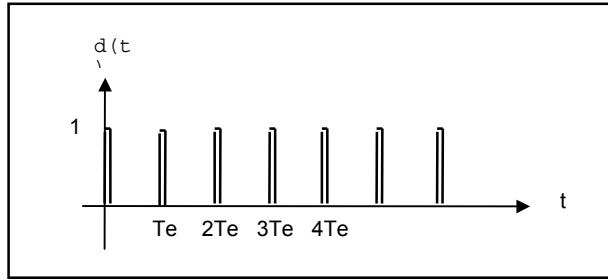
Figure 3.
Allure temporelle d'un signal échantillonné.



En pratique le temps d'ouverture t_0 est toujours négligeable devant la période d'échantillonnage T_e .

On peut considérer que ce signal échantillonné $x^*(t)$ peut être obtenu à partir du signal analogique $x(t)$ en le multipliant par le signal d'échantillonnage $d(t)$ suivant :

Figure 4.
Allure temporelle
du signal
d'échantillonnage.



Le signal d'échantillonnage $d(t)$ est caractérisé par :

- une période de répétition T_e
- une largeur t_0
- une amplitude unité

On écrira donc : $x^*(t) = x(t).d(t)$

Cette manière de voir permet de mettre en évidence simplement les effets de l'échantillonnage sur le spectre du signal $x(t)$.

2) Spectre d'un signal échantillonné :

Le signal d'échantillonnage $d(t)$ est un signal périodique dont la décomposition en série de Fourier contient une valeur moyenne d_0 , un fondamental d_1 à la fréquence $f_e = 1/T_e$ et des harmoniques d_n :

$$d(t) = d_0 + d_1.\cos(\omega_e t) + d_2.\cos(2\omega_e t) + \dots + d_n.\cos(n.\omega_e t) + \dots$$

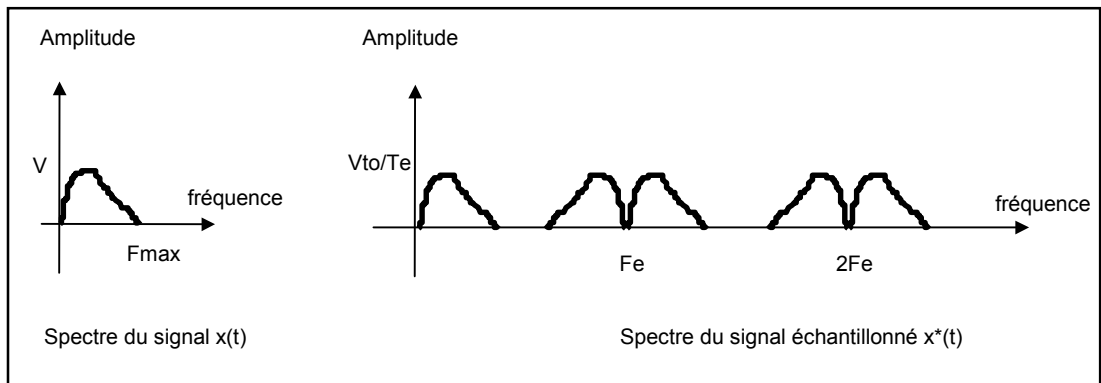
avec : $d_0 = t_0/T_e$ et $d_n = \frac{2.\sin(n\pi t_0/T_e)}{n\pi}$

Le signal échantillonné $x^*(t)$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} x^*(t) &= x(t).d(t) = x(t).(t_0/T_e + 2t_0/T_e.\cos(\omega_e t) + 2t_0/T_e.\cos(2\omega_e t) + \dots) \\ &= x(t).t_0/T_e + 2t_0/T_e.x(t).\cos(\omega_e t) + 2t_0/T_e.x(t).\cos(2\omega_e t) + \dots \end{aligned}$$

Le signal échantillonné est beaucoup plus riche puisqu'il contient des termes à tous les multiples de la fréquence d'échantillonnage f_e , son spectre est donc assez différent du spectre de $x(t)$.

Figure 5.
Spectre d'un
signal
échantillonné
quelconque.



On obtient le spectre de $x^*(t)$ en reproduisant le spectre de $x(t)$ autour de chaque multiple de la fréquence d'échantillonnage f_e .

3) Règle de Shannon :

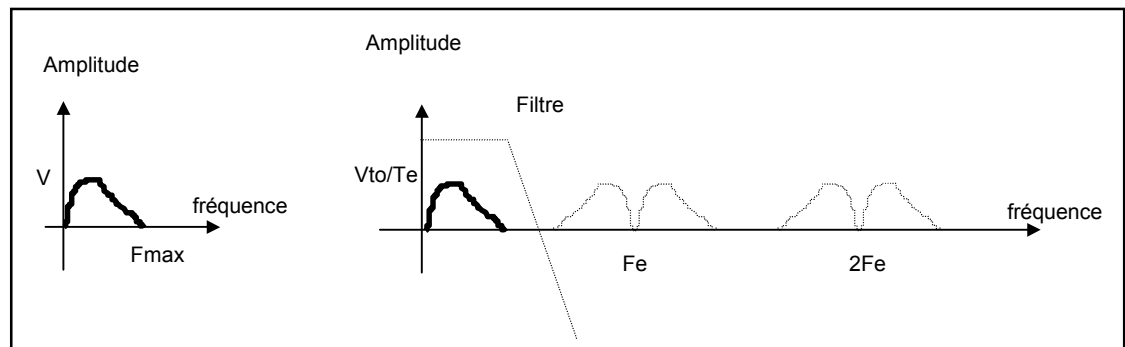
L'opération d'échantillonnage ne doit pas amener une perte d'informations. Autrement dit l'opération d'échantillonnage doit être réversible et on doit pouvoir repasser du signal échantillonné au signal initial.

Ceci n'est possible que si la fréquence F_e est suffisamment élevée, d'où le résultat fondamental :

Si on ne veut pas perdre d'information, il faut que la fréquence d'échantillonnage soit au moins égale au double de la fréquence maximale F_{max} contenue dans le signal.

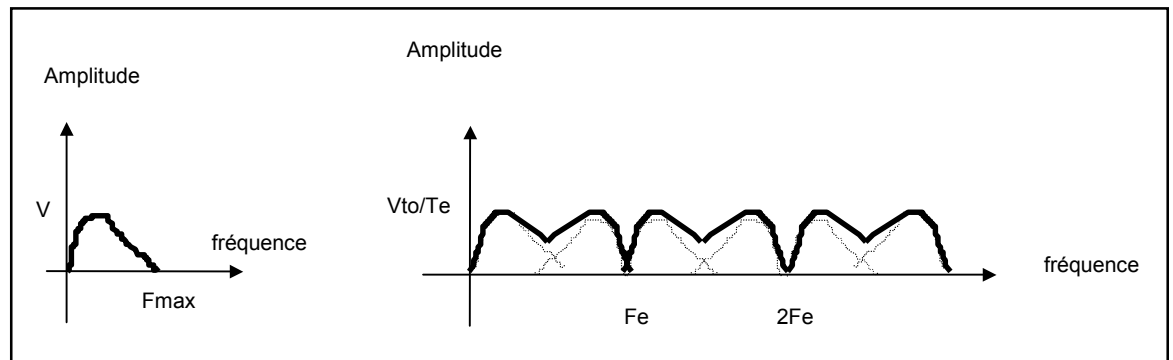
Dans ce cas, on pourra, du moins en théorie, revenir en arrière par simple filtrage passe-bas.

Figure 6.
Signal échantillonné avec le bon choix de F_e



Si on n'échantillonne pas assez vite, les différents paquets spectraux se recouvrent et l'opération d'échantillonnage n'est plus réversible.

Figure7.
Signal échantillonné à une fréquence d'échantillonnage in correcte..



Dans la pratique, la règle de Shannon est toujours appliquée et nous conduit, pour l'échantillonnage de la voix par exemple, aux choix suivants :

- **Son en qualité téléphonique** : $F_{max} = 3 \text{ kHz}$ et $F_e = 8 \text{ kHz}$
Chaque échantillon est codé sur 8 bits, soit un débit $D = 8.8000 = 64 \text{ kbits/s}$
- **Son en qualité hi-fi** : $F_{max} = 20 \text{ kHz}$ et $F_e = 44,1 \text{ kHz}$
Codage en stéréo sur 16 bits, soit un débit $D = 2.16.44100 = 1,41 \text{ Mbits/s}$

4) Le filtre anti-repliement :

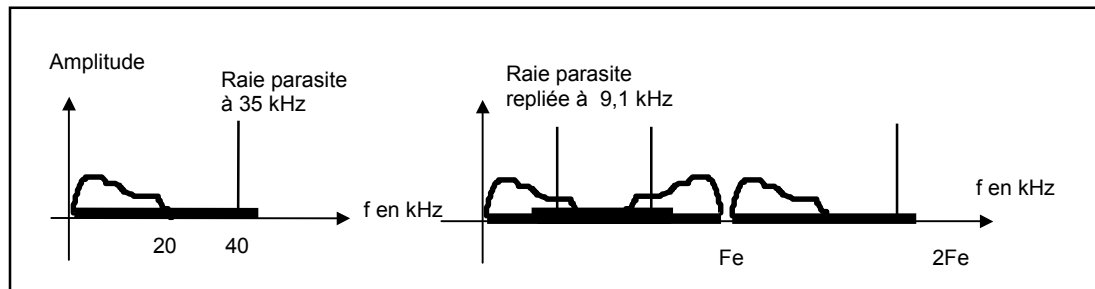
Le bon choix de F_e nécessite de bien connaître la valeur de F_{max} , fréquence maximale contenue dans le signal à échantillonner.

Prenons l'exemple d'un microphone qui fournit un signal électrique composé:

- de la musique dans la bande 20 Hz-20 kHz
- de bruit électrique à densité spectrale constante dans la bande 0-40 kHz
- d'un signal parasite à 35 kHz

L'ingénieur du son qui choisit une fréquence d'échantillonnage $F_e = 44,1$ kHz respecte la règle de Shannon pour la musique, mais pas pour le bruit, ni pour le signal parasite.

Figure 8.
Spectre d'un signal musical + bruit échantillonnés.



On constate l'apparition dans la bande audio par **repliement de spectre** :

- d'un signal parasite à $44,1 - 35 = 9,1$ kHz qui est devenu audible
- d'une augmentation du bruit provenant du bruit au-delà de 20 kHz replié vers les BF

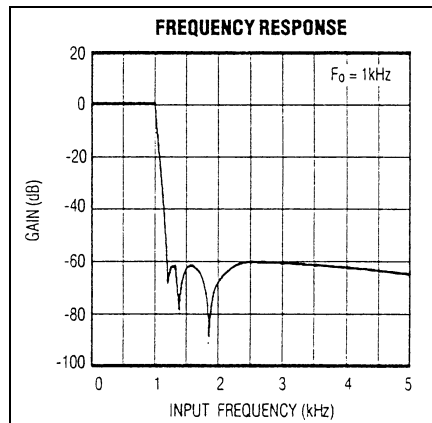
Pour éviter ces problèmes, il faut s'assurer que le spectre est vraiment limité à F_{max} . La meilleure façon de s'en assurer est de placer un filtre à coupure raide qui atténuera très fortement tous les signaux parasites au-delà de la fréquence limite F_{max} : c'est le **filtre anti-repliement**.

Ce filtre passe-bas doit avoir les spécifications suivantes :

- fréquence de coupure égale à F_{max}
- variations de gain minimales dans la bande passante
- pente la plus raide possible après la coupure
- atténuation hors bande passante adaptée au nombre de bits N de la numérisation

On pourra par exemple utiliser un filtre MAXIM Max 294 du huitième ordre :

Figure 9.
Exemple de gabarit de filtre anti-repliement.



D'autres exemples de filtres antirepliement sont donnés en annexe A et C.

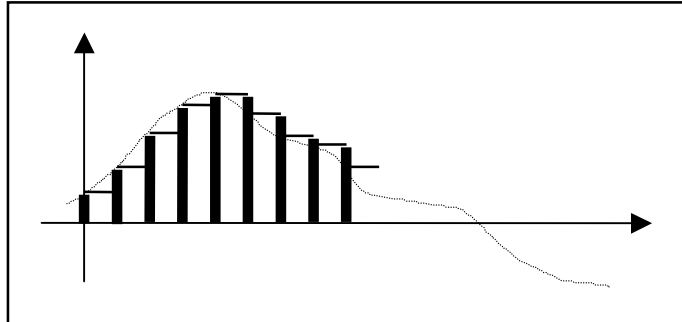
En conclusion, le filtre anti-repliement ne supprime pas le phénomène de repliement, mais atténue le signal replié au point de le rendre négligeable.

5) Le bloqueur :

Pour permettre la conversion analogique-numérique entre deux instants d'échantillonnage, il faut maintenir la valeur du signal $x(nT_e)$ à l'entrée du convertisseur jusqu'à l'arrivée de l'échantillon suivant.

De ce fait l'échantillonneur est toujours suivi dans la pratique d'un circuit de maintien appelé bloqueur.

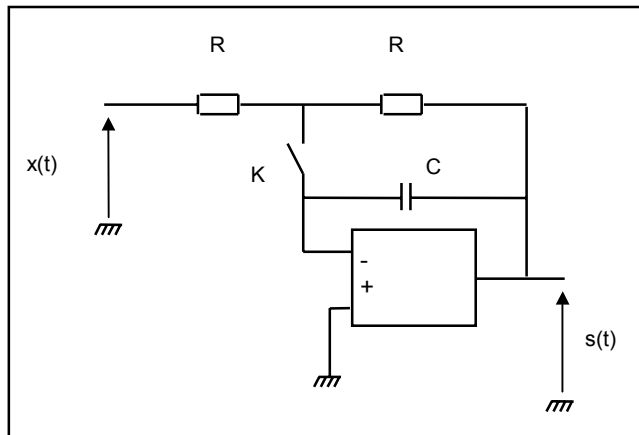
Figure 10.
L'échantillonneur
bloqueur



Dans la pratique, cette mémorisation de la grandeur analogique est toujours réalisée à l'aide d'un condensateur qui devra être choisi avec un faible courant de fuite.

Voici un exemple de réalisation pratique d'un échantillonneur bloqueur :

Figure 11.
Exemple pratique
d'échantillonneur
bloqueur.



Le dispositif fonctionne en deux temps :

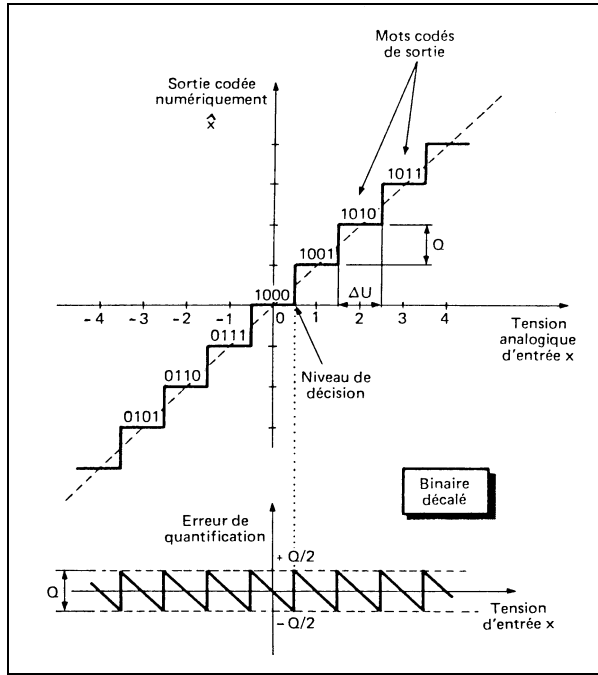
- K fermé : échantillonnage C se charge à la tension $x(nT_e)$ avec une constante de temps RC
- K ouvert : phase de blocage C garde sa charge et on a $s(t) = x(nT_e)$

Pour éviter une perte de charge de C durant la phase de maintien, il faut utiliser un Aop à faible courant d'entrée et un condensateur de très bonne qualité à faibles pertes.

6) La quantification :

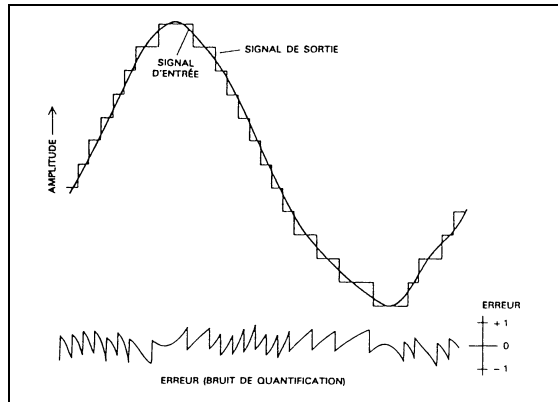
Le signal en marches d'escalier peut maintenant être converti en une suite de valeurs binaires. Il faut donc classer les échantillons analogiques selon différents niveaux : c'est le rôle du quantificateur réalisé en pratique par le convertisseur analogique-numérique.

Figure 12.
Caractéristique de transfert d'un quantificateur linéaire 4 bits.



En remplaçant un échantillon par un autre de valeur voisine, on introduit une **erreur d'arrondi** quasiment aléatoire appelée **bruit de quantification**.

Figure 13.
La valeur crête du bruit de quantification ne dépend pas du niveau du signal.



Contrairement au bruit d'un système analogique, ce type de bruit qui se traduit par une sorte de bourdonnement n'apparaît qu'en présence d'un signal.

Le rapport Signal/Bruit atteint pour un signal d'amplitude maximale S_{max} utilisant la pleine échelle des 2^N niveaux vaut :

$$S/B \text{ en dB} = 6.N + 2$$

Le bruit de quantification a une valeur crête égale au quantum Q . Si l'amplitude du signal traité diminue, le rapport S/B se dégrade. C'est à ce niveau que se trouvent la faiblesse et la force des systèmes numériques :

- faiblesse car on dégrade la qualité en quantifiant
- force car on peut toujours améliorer la qualité en augmentant le nombre de bits N

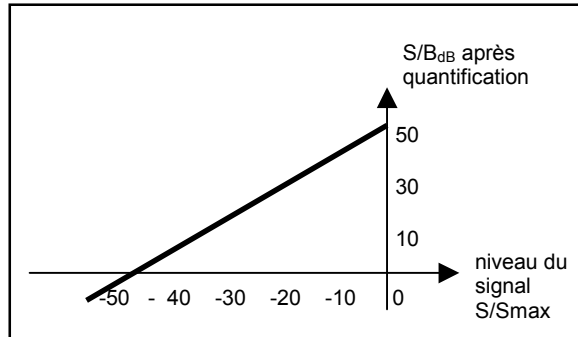
Exemple : un convertisseur analogique-numérique 8 bits travaille sur une plage d'entrée de -5V à +5V. La conversion se fera donc sur 256 niveaux.

Le bruit de quantification a une valeur crête de $Q = 10/256 = 40 \text{ mV}$ quel que soit l'amplitude du signal.

- un signal d'amplitude 5V sera digitalisé sur 256 niveaux, d'où un rapport S/B = $6.N + 2 = 50 \text{ dB}$
- un signal d'amplitude 2,5V sera digitalisé sur 128 niveaux soit 7 bits, d'où un rapport S/B de 44 dB.

La courbe montrant l'évolution du rapport signal/bruit après quantification sur 8 bits en fonction du niveau du signal traité met en évidence le phénomène :

Figure 14.
Dans un système à quantification linéaire, le rapport S/B diminue avec le niveau du signal.



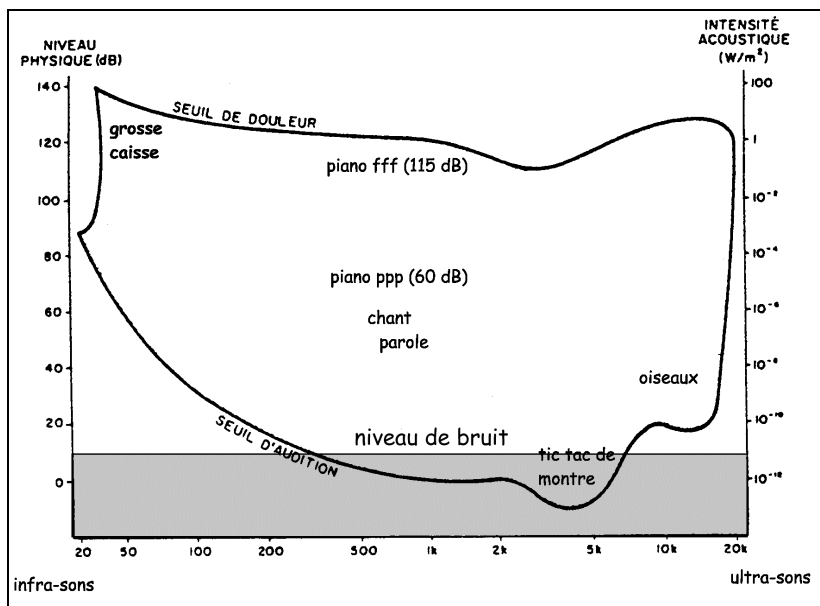
Cette dégradation du rapport S/B pose un problème dans des applications comme le téléphone pour lequel la voix est justement codée sur $N = 8$ bits.

Pour pallier à ce défaut, on utilise en téléphonie une courbe de quantification non linéaire qui permet d'avoir un rapport S/B constant sur une plage de dynamique supérieure à 30 dB.

Dans le cas de la musique échantillonnée sur 16 bits, la situation est un peu différente. En effet, avec une quantification sur 16 bits le rapport signal/bruit est voisin de 100 dB à niveau maximal.

Si la chaîne de reproduction sonore est capable de fournir à niveau maximal un volume sonore de 110 dB (amplificateur de 100 W, enceintes de rendement 90 dB/W), le bruit de quantification reste à un niveau de 10 dB, soit à peine au-dessus du seuil d'audition.

Figure 15.
Le niveau de bruit de quantification dans un système audio numérique à 16 bits.



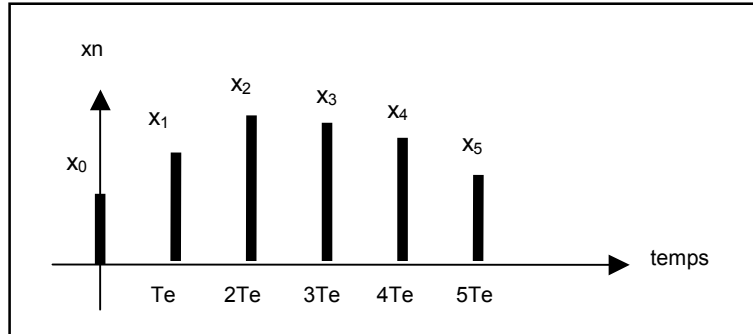
Ce bruit de quantification sera probablement plus faible que le bruit thermique en sortie de la chaîne de reproduction sonore et que le bruit ambiant.

II) Filtrage numérique :

1) Transformée en z d'une séquence numérique :

Considérons une séquence numérique x_n constituée des valeurs du signal $x(t)$ échantillonné aux instants $t=0, T_e, 2T_e \dots$. On supposera que le signal $x(t)$ est nul pour $t < 0$.

Figure 16.
Séquence
d'échantillons.



On appelle transformée en z de la séquence numérique x_n le polynôme $X(z)$ défini par la relation :

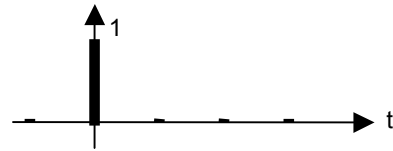
$$X(z) = x_0 + x_1.z^{-1} + x_2.z^{-2} + x_3.z^{-3} + \dots$$

Prenons quelques exemples simples :

- séquence impulsion unité :

$x_n = 1$ à $t = 0$
 $x_n = 0$ à $T_e, 2T_e \dots$

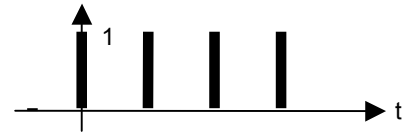
$$X(z) = 1$$



- séquence échelon :

$x_n = 0$ si $t < 0$
 $x_n = 1$ si $t \geq 0$

$$X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$



D'autres transformées en z de signaux usuels sont donnés en Annexe D.

Remarque : en réalité, cette transformée en z n'est rien d'autre qu'une transformée de Laplace cachée derrière le changement de variable :

$$z = e^{T_e p}$$

En effet, le signal échantillonné $x^*(t)$ peut s'écrire :

$$x^*(t) = x_0.\delta(t) + x_1.\delta(t-T_e) + x_2.\delta(t-2T_e) + x_3.\delta(t-3T_e) + \dots \quad \text{où } \delta(t) \text{ est l'impulsion de Dirac}$$

La transformée de Laplace de $x^*(t)$ s'écrit alors :

$$X^*(p) = x_0.1 + x_1.e^{-T_e p} + x_2.e^{-2T_e p} + x_3.e^{-3T_e p} + \dots \quad \text{et, si on pose } z = e^{T_e p}$$

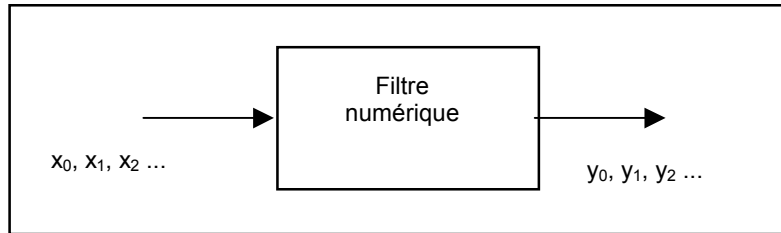
$$X(z) = x_0 + x_1.z^{-1} + x_2.z^{-2} + x_3.z^{-3} + \dots$$

La transformée en z d'un signal a donc les mêmes propriétés mathématiques que la transformée de Laplace.

2) Transmittance en z d'un filtre numérique :

Soit un système qui à une séquence d'entrée x_n restituée en sortie une séquence y_n :

Figure 17.
Transmittance
d'un filtre
numérique.



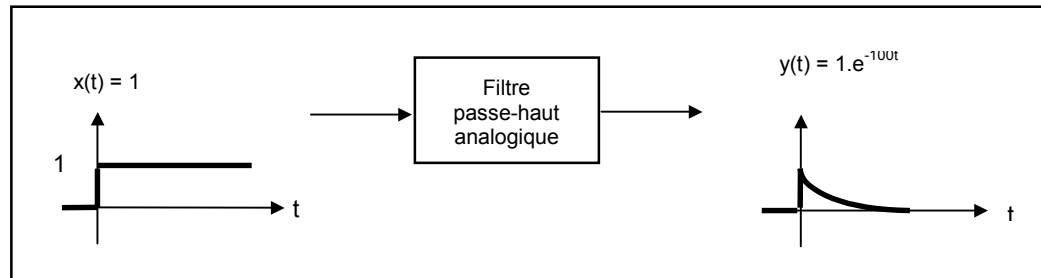
Soient $X(z)$ et $Y(z)$ les transformées en z des séquences d'entrée et de sortie.

La transmittance $T(z)$ du filtre est alors définie par :
$$T(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Puisque les transformées $X(z)$ et $Y(z)$ sont des polynômes contenant les puissances négatives de z, la transmittance sera un rapport de deux polynômes en puissances négatives de z.

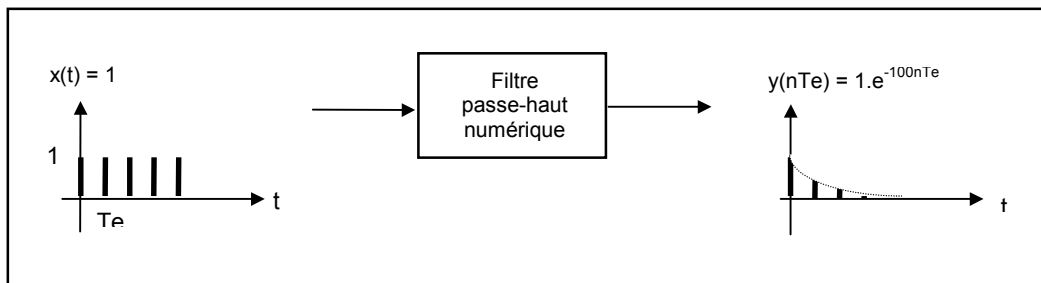
Cherchons par exemple la transmittance d'un filtre passe-haut numérique qui répondrait à un échelon d'un façon identique à un filtre analogique de constante de temps $\tau = 10$ ms et donc de fréquence de coupure $f_c = 1 / 2\pi\tau = 15,9$ Hz :

Figure 18.
Réponse indicielle
d'un filtre
analogique passe-
haut.



Le filtre numérique équivalent aurait le comportement suivant :

Figure 19.
Réponse indicielle
d'un filtre
numérique passe-
haut.



Si le signal est échantillonné à $F_e = 1$ kHz, soit $T_e = 1$ ms, alors :

$X(z) = z/(z - 1)$ et $Y(z) = z/(z - k)$ avec $k = e^{-100 \cdot T_e} = 0,905$

Nous en déduisons la transmittance du filtre :
$$T(z) = Y(z)/X(z) = (z - 1)/(z - 0,905)$$

Cet exemple simple montre combien il est aisé de trouver la transmittance d'un filtre numérique qui à une entrée donnée répond par une sortie de forme particulière. Cette technique, utilisée pour faire la synthèse de filtres numériques sophistiqués, s'appelle la **méthode de l'identification de la réponse impulsionnelle** ou **indicielle**.

3) Algorithme de calcul de y_n :

L'algorithme nous permet de calculer la valeur de l'échantillon de sortie y_n en fonction des échantillons d'entrée et de sortie précédents.

Le filtre numérique le plus général peut se décrire par un algorithme de calcul de la forme :

$$y_n = a_1.y_{n-1} + a_2.y_{n-2} + a_3.y_{n-3} + \dots + a_p.y_{n-p} + b_0.x_n + b_1.x_{n-1} + b_2.x_{n-2} + \dots + b_q.x_{n-q}$$

Il utilise donc pour calculer la sortie à l'instant $t = nT_e$ les p échantillons précédents de la sortie et les q échantillons précédents de l'entrée, plus celui qui vient d'être appliqué sur l'entrée x_n .

Suivant la forme de l'algorithme, on distingue **deux grandes familles de filtres** qui ont chacune leurs propriétés particulières :

- filtres pour lesquels la sortie ne dépend que des entrées et pas des sorties
 - leur réponse à une impulsion s'annule au bout d'un certain temps
 - ils s'appellent **filtres non récursifs** ou à **réponse impulsionnelle finie (FIR)**
 - exemple : le filtrage par moyenne glissante $y_n = (x_n + x_{n-1} + x_{n-2})/3$
- filtres pour lesquels la sortie dépend des entrées et des sorties précédentes
 - leur réponse à une impulsion s'annule au bout d'un temps infini
 - ils s'appellent **filtres récursifs** ou à **réponse impulsionnelle infinie (IIR)**
 - ils n'ont pas d'équivalent analogique
 - exemple : le passe-bas du premier ordre $y_n = 0,5.y_{n-1} + 0,25.(x_n + x_{n-1})$

Pour trouver la relation entre la transmittance et l'algorithme, écrivons le calcul que doit faire le système à chaque instant d'échantillonnage, puis multiplions chaque ligne par le multiplicateur correspondant et additionnons toutes ces équations :

instant			multiplicateur
0	$y_0 =$	$b_0.x_0$	1
T_e	$y_1 = a_1.y_0$	$+ b_0.x_1 + b_1.x_0$	z^{-1}
$2T_e$	$y_2 = a_1.y_1 + a_2.y_0$	$+ b_0.x_2 + b_1.x_1 + b_2.x_0$	z^{-2}
.		
.		
nT_e	$y_n = a_1.y_{n-1} + a_2.y_{n-2} + \dots + a_p.y_{n-p}$	$+ b_0.x_n + b_1.x_{n-1} + b_2.x_{n-2} + \dots + b_q.x_{n-q}$	z^{-n}
.		

$$Y(z) = a_1.Y(z).z^{-1} + a_2.Y(z).z^{-2} + \dots + a_p.Y(z).z^{-p} + b_0.X(z) + b_1.X(z).z^{-1} + \dots + b_q.X(z).z^{-q}$$

à comparer avec l'algorithme de départ :

$$y_n = a_1.y_{n-1} + a_2.y_{n-2} + a_3.y_{n-3} + \dots + a_p.y_{n-p} + b_0.x_n + b_1.x_{n-1} + b_2.x_{n-2} + \dots + b_q.x_{n-q}$$

On constate qu'on passe très facilement de l'algorithme à une écriture en z en utilisant une règle de passage très simple :

- l'équation donnant y_n est de la même forme que celle qui donne $Y(z)$
- pour passer de l'une à l'autre il suffit de faire correspondre y_{n-i} à $Y(z).z^{-i}$ et inversement

Exemple : filtre passe-haut de transmittance : $T(z) = (z-1)/(z-0,905) = Y(z)/X(z)$

On en déduit $Y(z).(z-0,905) = X(z).(z-1)$ et, en développant $z.Y(z) - 0,905.Y(z) = z.X(z) - X(z)$

Divisons par z les deux membres et isolons $Y(z)$: $Y(z) = 0,905.Y(z).z^{-1} + X(z) - X(z).z^{-1}$

Nous en déduisons l'algorithme : $y_n = 0,905.y_{n-1} + x_n - x_{n-1}$

4) Stabilité d'un filtre numérique :

Comme pour les filtres analogiques, il est possible de prévoir à partir de la transmittance la stabilité ou l'instabilité du système physique correspondant.

Pour déterminer si un système analogique continu de transmittance $T(p)$ est stable on calcule les pôles qui sont les valeurs de p annulant le dénominateur.

Le système est stable si les pôles sont négatifs ou complexes avec une partie réelle négative . Si on place ces pôles dans le plan complexe, ils se trouvent tous dans le demi-plan de gauche.

Ce critère de stabilité reste valable pour les transmittances $T^*(p)$ des systèmes échantillonnés.

Un système échantillonné de transmittance $T^*(p)$ est stable si tous ses pôles sont négatifs ou complexes à partie réelle négative.

Comme avec les systèmes échantillonnés on travaille le plus souvent avec les transmittances en z , il est intéressant de voir la position des pôles z_i dans le plan pour un système stable .

Nous savons que z et p sont liés par le changement de variable :

$$z = e^{T_e \cdot p}$$

Un système stable aura des pôles $p_i = a_i + j b_i$ avec $a_i < 0$

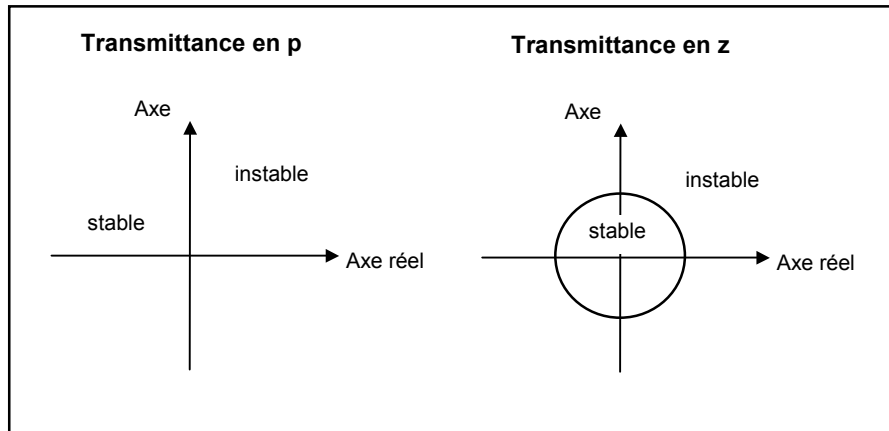
Le point correspondant $z_i = e^{T_e \cdot p_i} = e^{T_e \cdot (a_i + j b_i)} = e^{T_e \cdot a_i} (\cos b_i + j \sin b_i)$

est tel que : module du nombre complexe $z_i = e^{T_e \cdot a_i} < 1$

Nous en déduisons un critère de stabilité graphique pour un système échantillonné :

Un système échantillonné de transmittance $T(z)$ est stable si tous ses pôles sont à l'intérieur du cercle unité.

Figure 20. Critère de stabilité d'un système numérique.



Exemple : le filtre de transmittance $T(z) = (z-1)/(z-0,905)$ a un pôle $z_1 = 0,905$ à l'intérieur du cercle unité.

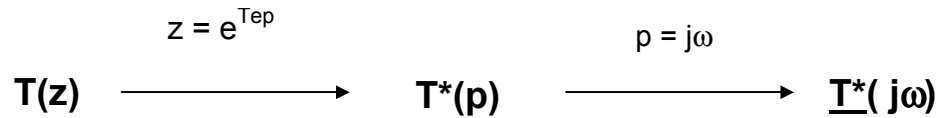
Il est donc stable.

5) Réponse harmonique d'un filtre numérique :

Pour représenter la courbe de gain et de phase d'un filtre, il faut étudier sa transmittance complexe .

Or nous avons vu que la transformée en z n'est qu'une transformé de Laplace avec un changement de variable.

On passe donc très simplement de $T(z)$ à $T^*(p)$ et à $\underline{T}^*(j\omega)$:



L'expression obtenue pour la transmittance complexe comporte des exponentielles complexes et est donc assez lourde à manipuler mathématiquement.

Exemple : filtre moyennneur sur deux valeurs : $y_n = 0,5(x_n + x_{n-1})$

On passe aisément à $T(z)$:

$$Y(z) = 0,5(X(z) + X(z).z^{-1}) = 0,5.X(z)(1 + z^{-1}) \quad \text{d'où : } T(z) = 0,5(1 + z^{-1})$$

puis à la transmittance complexe $\underline{T}(j\omega)$:

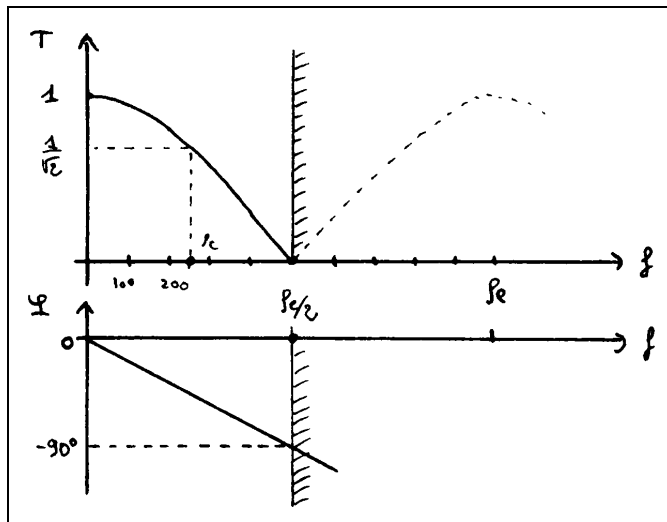
$$\underline{T}(j\omega) = 0,5(1 + e^{-Tej\omega}) = 0,5.(1 + \cos(\omega Te) + j\sin(\omega Te))$$

et, enfin, au module et à l'argument de la transmittance :

$$T = 0,707\sqrt{ 1 + \cos(2\pi f/Fe) } \quad \text{et} \quad \varphi = -\text{arctg}\left(\frac{\sin(2\pi f/Fe)}{1 + \cos(2\pi f/Fe)} \right)$$

Si la fréquence d'échantillonnage vaut $Fe = 1$ kHz, le diagramme de Bode aura l'allure suivante :

Figure 21.
Diagramme de Bode d'un filtre moyennneur.



On peut remarquer que :

- la bande de fréquences utile va de 0 à $Fe/2$ pour respecter la règle de Shannon
- dans cette bande le filtre est un passe-bas
- la fréquence de coupure déterminée graphiquement est de l'ordre de 250 Hz
- la courbe de phase est linéaire

6) Synthèse d'un filtre numérique :

Il existe différentes techniques possibles pour réaliser des filtre numériques qui répondent à une spécification donnée.

Nous avons vu précédemment la **méthode par identification de la réponse indicielle ou impulsionnelle**.

Les filtres sophistiqués sont élaborés par des **logiciels de synthèse de filtre numériques** auxquels il suffit de fournir le gabarit souhaité. Le logiciel fournit alors le jeu de coefficients correspondants.

Arrêtons nous un instant sur une méthode particulière qui permet de réaliser le filtre numérique équivalent à un filtre analogique donné : c'est la **méthode de la transformée bilinéaire**.

La technique donnée comme une « **recette** » est la suivante :

- on veut réaliser un filtre ayant une fréquence caractéristique f_0 (de coupure ou centrale)
- on calcule une pulsation fictive ω_a
- on écrit la transmittance de Laplace du filtre ayant comme pulsation caractéristique ω_a
- on remplace p par $(z-1)/(z+1)$ pour obtenir $T(z)$

Exemple : on désire faire la synthèse d'un passe-bas du premier ordre coupant à $f_0 = 100$ Hz , la fréquence d'échantillonnage étant de $F_e = 1000$ Hz.

$$\omega_a = \text{tg}(2\pi f_0 T_e / 2) = 0,32452 \quad \text{d'où}$$

$$T(p) = \frac{1}{1+p/\omega_a} \approx \frac{1}{1+3p} \quad \text{et} \quad T(z) = \frac{1}{1+3(z-1)/(z+1)} = \frac{1+z^{-1}}{4-2z^{-1}}$$

sa transmittance complexe s'écrit :

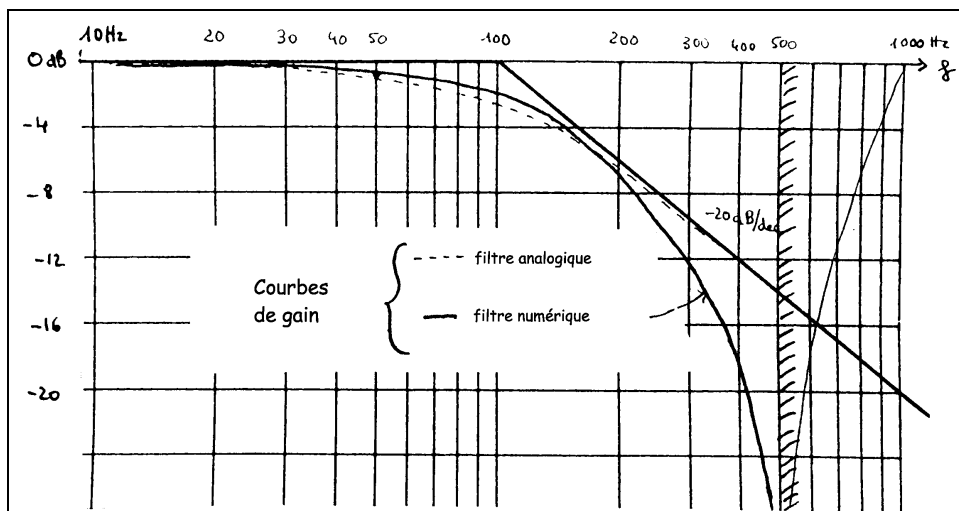
$$T^*(j\omega) = \frac{1 + \cos(\omega T_e) - j\sin(\omega T_e)}{4 - 2(\cos(\omega T_e) - j\sin(\omega T_e))}$$

et son module :

$$T(\omega) = \frac{1 + \cos(\omega T_e)}{10 - 8 \cos(\omega T_e)}$$

La comparaison des courbes de gain du filtre analogique et de son homologue numérique met en évidence une bonne correspondance pour les fréquences inférieures à 300 Hz :

Figure 22.
Comparaison
filtre analogique /
filtre numérique
du 1^{er} ordre.



7) Réalisation matérielle du filtre :

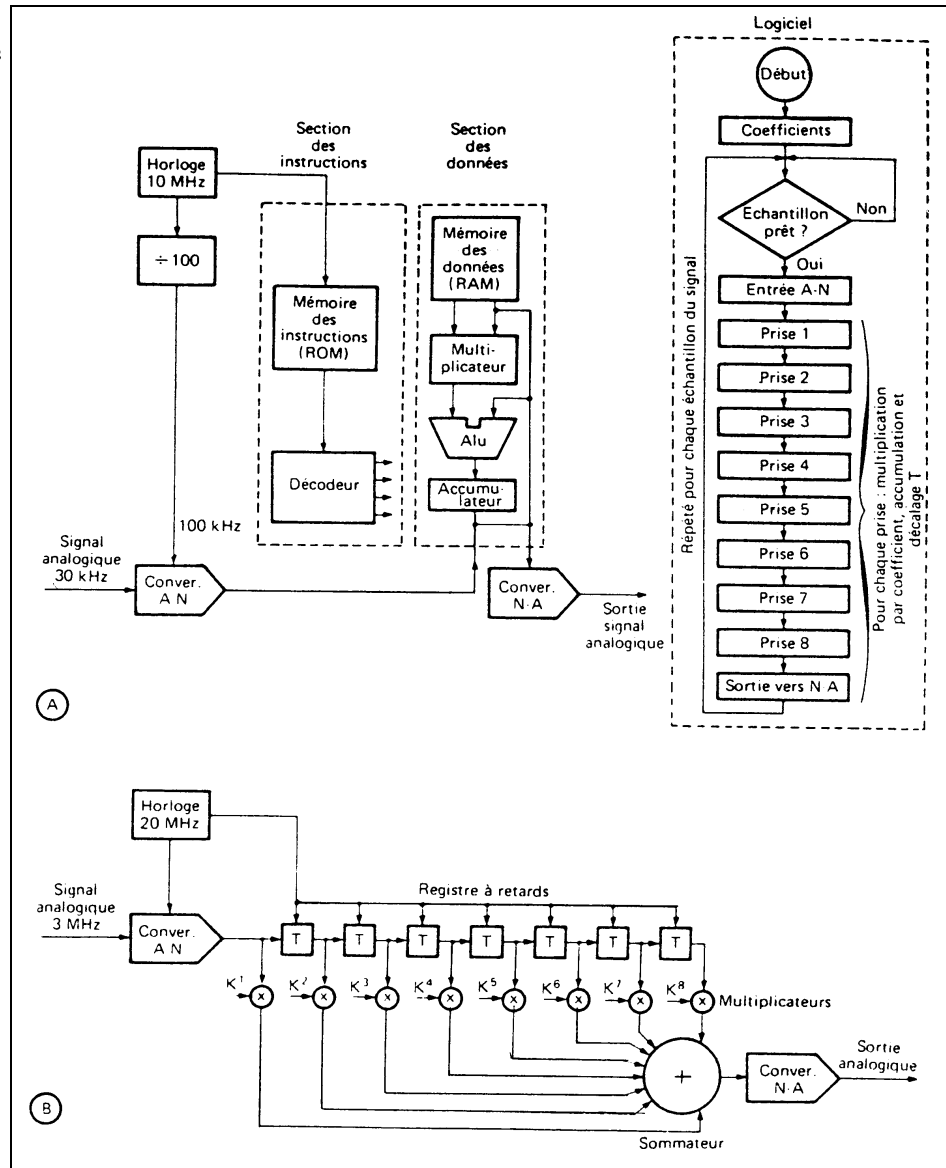
Pour réaliser concrètement un filtre numérique on a deux possibilités :

- travailler en logique câblée (assemblage de circuits logiques, mémoires, portes, additionneurs, multiplieurs, etc ...)
- utiliser un système programmé (microprocesseur spécialisé ou non)

Avec l'augmentation extraordinaire de la vitesse de calcul des processeurs spécialisés dans le traitement du signal, les filtres en logique câblées sont limités aux dispositifs qui doivent être très rapides.

Ces deux solutions sont illustrées sur la figure suivante :

Figure 23.
Réalisation pratique
de filtres
numériques.



La grande supériorité des filtres numériques sur les filtres analogiques est la possibilité qu'ils offrent de pouvoir évoluer au cours du temps en réactualisant régulièrement les valeurs des coefficients.

III) Restitution d'un signal analogique :

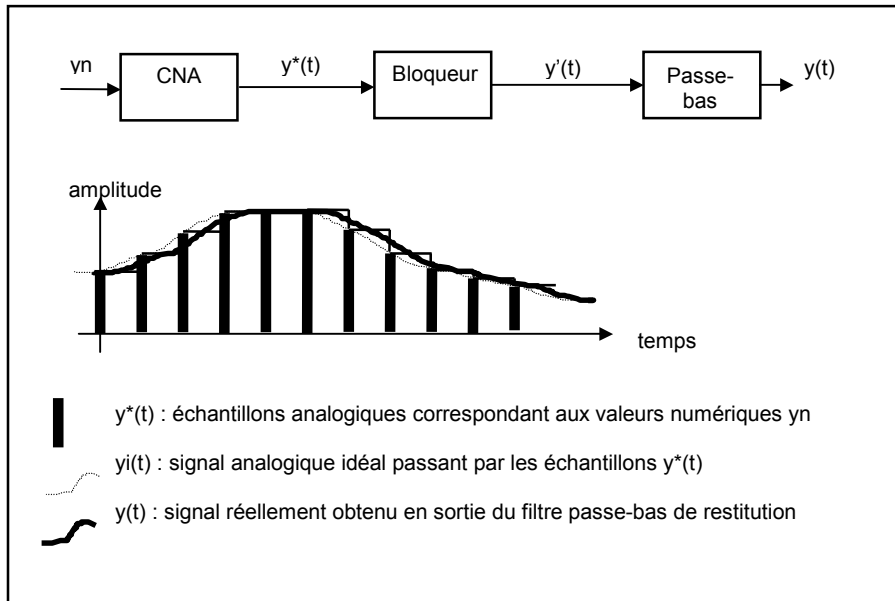
1) Par bloqueur et filtrage passe-bas :

En sortie du système numérique, il faut transformer la séquence numérique y_n en signal analogique $y(t)$. Pour cela, la séquence y_n est appliquée à un convertisseur numérique analogique qui fournit en sortie les échantillons $y(nT_e)$.

Ces convertisseurs sont toujours équipés d'un bloqueur qui maintient en sortie la valeur de l'échantillon $y(nT_e)$ jusqu'à l'arrivée de l'échantillon suivant $y((n+1)T_e)$.

Le signal en marches d'escaliers ainsi obtenu est simplement lissé par un filtre passe-bas.

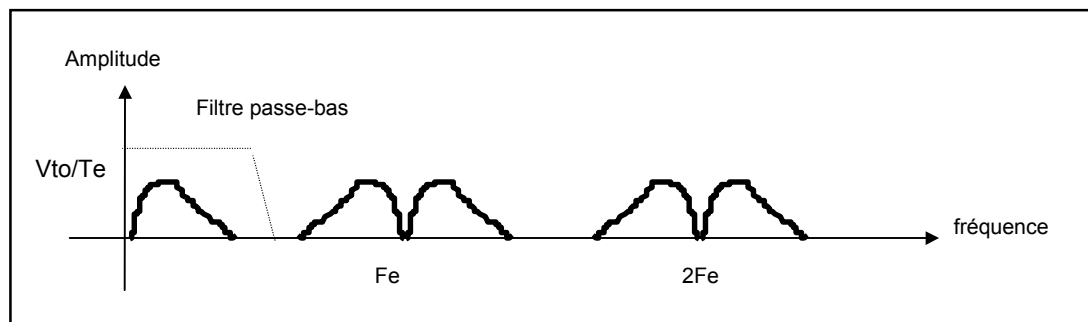
Figure 24.
Structure d'un système de restitution.



On constate que cette structure ne fournit pas le signal idéal $y_i(t)$, mais une approximation $y(t)$ de ce signal, ce qui n'est guère acceptable dans un système de reproduction du son de bonne qualité.

En théorie, on peut obtenir le signal $y_i(t)$ à partir de $y^*(t)$ par simple filtrage passe-bas :

Figure 25.
Restitution du signal analogique par filtrage passe-bas.

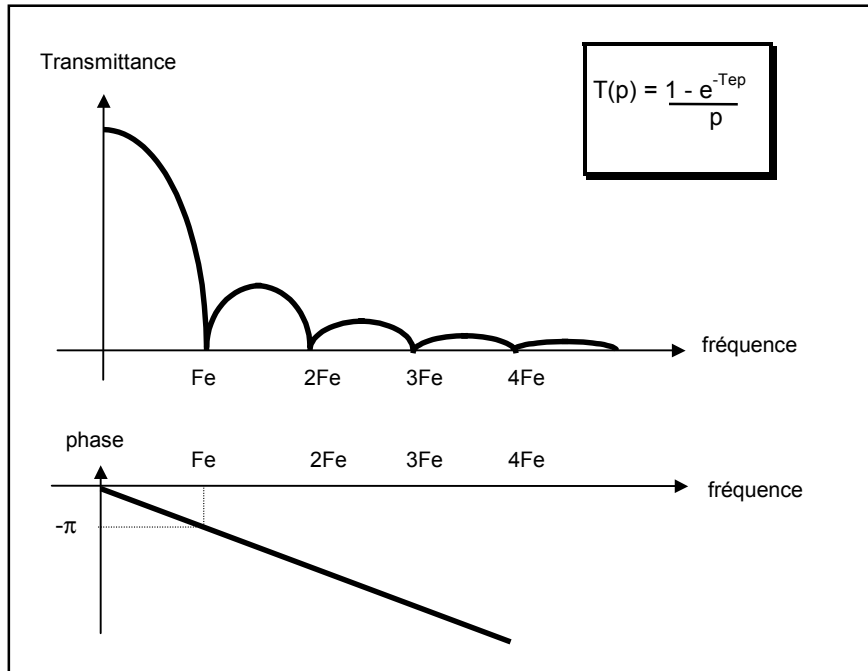


Cette solution n'est pourtant pas envisageable dans la pratique parce qu'elle donne un signal $y_i(t)$ certes exact, mais d'amplitude extrêmement faible et donc forcément parasité par des signaux numériques (horloge en particulier).

2) Distorsion du spectre due au bloqueur :

Pour voir simplement l'influence du bloqueur sur le signal de sortie, dessinons le spectre du signal en sortie du bloqueur en considérant celui-ci comme un filtre dont la transmittance (et par conséquent aussi la courbe de gain et la courbe de phase) a une expression très particulière :

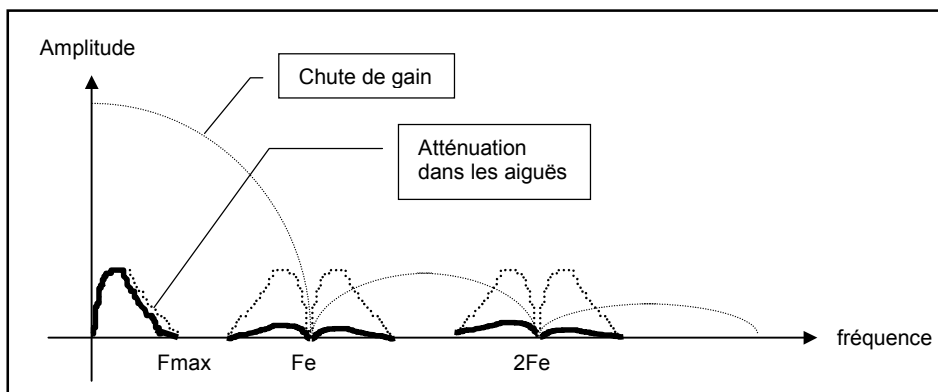
Figure 26.
Transmittance du bloqueur.



La transmittance du bloqueur est une courbe en $\sin(X)/X$ appelée aussi sinus cardinal et la courbe de phase est linéaire.

Pour obtenir le spectre du signal en sortie du bloqueur, il suffit de superposer le spectre des échantillons $y^*(t)$ et la transmittance du bloqueur :

Figure 27.
Restitution par bloqueur.

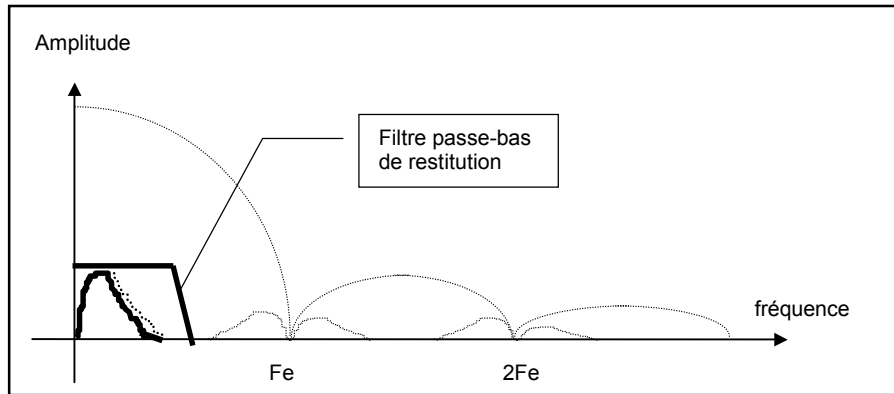


On constate les résultats suivants :

- le premier paquet spectral est légèrement déformé à cause de la chute du gain du bloqueur, l'atténuation étant la plus sensible au voisinage de F_{max}
- les paquets autour de Fe , $2Fe$... sont atténués mais subsistent et traduisent la présence des marches d'escalier

Le filtre passe-bas de restitution permet de supprimer ces paquets autour de F_e , $2F_e$...et ainsi de lisser le signal :

Figure 28.
Utilisation d'un filtre passe-bas de restitution.



On constate que le signal $y(t)$ en sortie du filtre de restitution diffère du signal idéal $y_i(t)$ correspondant aux échantillons sur deux points :

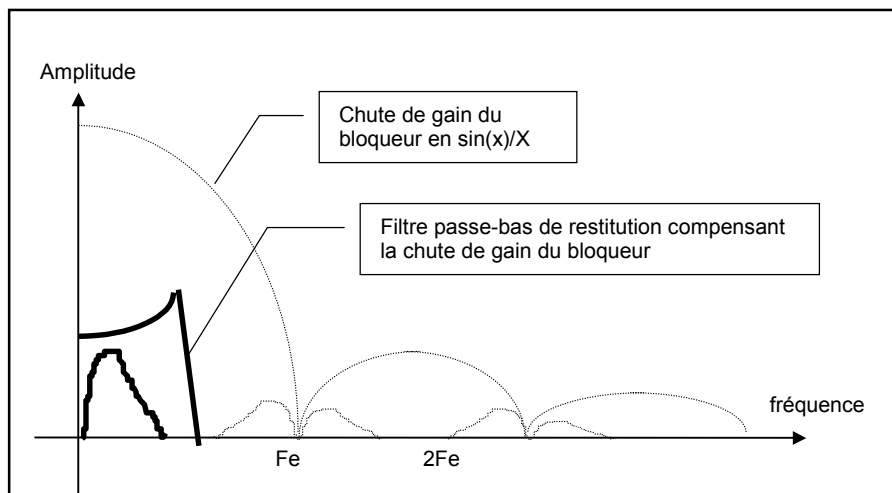
- une atténuation des fréquences aiguës due à la chute de gain du sinus cardinal (de l'ordre de 3dB à $F_e/2$)
- un déphasage de $T_e/2$ lié à la courbe de phase du bloqueur qui n'est absolument pas gênant dans la pratique

Pour passer d'un signal numérique au signal analogique correspondant, on dispose actuellement de 3 possibilités suivant les exigences de précision et de simplicité de réalisation qu'on s'impose :

3) Utilisation d'un filtre compensateur de sinus cardinal :

On peut très bien grâce au filtre compenser la perte des aiguës en utilisant un filtre dont la courbe de gain augmente légèrement jusqu'à F_{max} :

Figure 29.
Filtre passe-bas de restitution compensateur de sinus cardinal.



Ce filtre doit remonter le gain de 4 dB environ à la fréquence $F_e/2$. Si on veut une correction parfaite, ce filtre est délicat à réaliser en analogique, vu l'expression particulière de la transmittance du bloqueur.

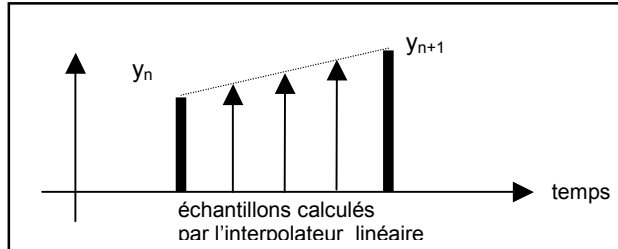
Des exemples de filtres compensateurs de sinus cardinal sont donnés en Annexes B et C.

4) Restitution par suréchantillonnage :

Le convertisseur numérique-analogique est précédé d'un interpolateur linéaire qui calcule un certain nombre d'échantillons qui seront placés entre y_n et y_{n+1} .

Observons la situation au niveau des échantillons et du spectre dans le cas du quadruple suréchantillonnage.

Figure 30.
Calcul de 4 échantillons intermédiaires.

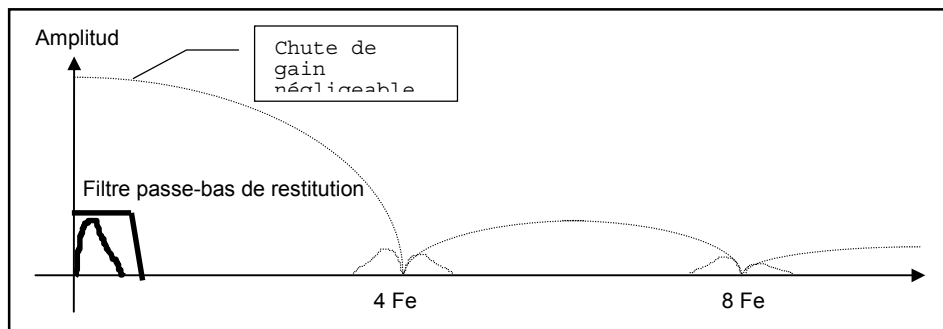


On dispose alors de 4 échantillons au lieu d'un seul pour la période d'échantillonnage T_e . La nouvelle fréquence d'échantillonnage apparente vaut donc :

$$F'e = 4.F_e$$

et le spectre du signal après conversion et blocage a l'allure suivante :

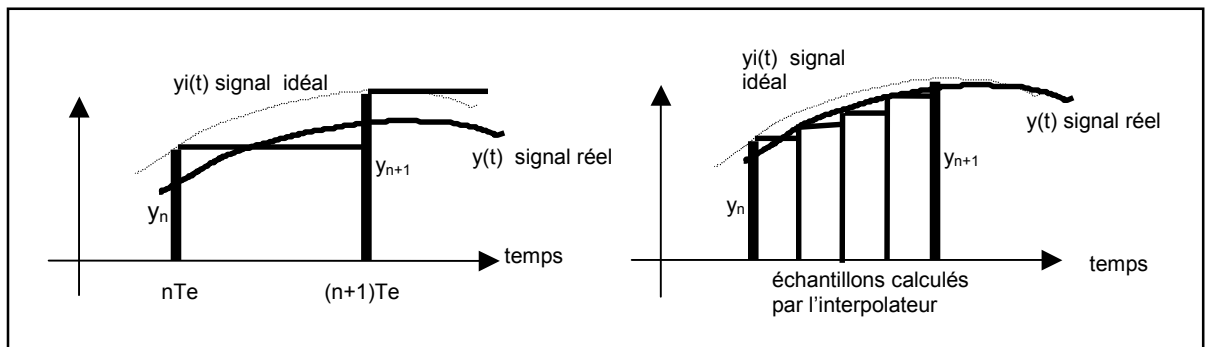
Figure 31.
Signal restitué après suréchantillonnage



On constate que dans la bande du signal le gain du bloqueur reste pratiquement à une valeur constante, le signal restitué est donc presque le signal idéal défini précédemment.

Les échantillons intermédiaires ne sont pas exacts, mais calculés par interpolation linéaire, ce qui évite une augmentation effective de F_e avec ses conséquences négatives (accroissement du flux de données et de la capacité de stockage, diminution de la durée du CD etc...).

Figure 32.
Signal restitué sans et avec interpolation.

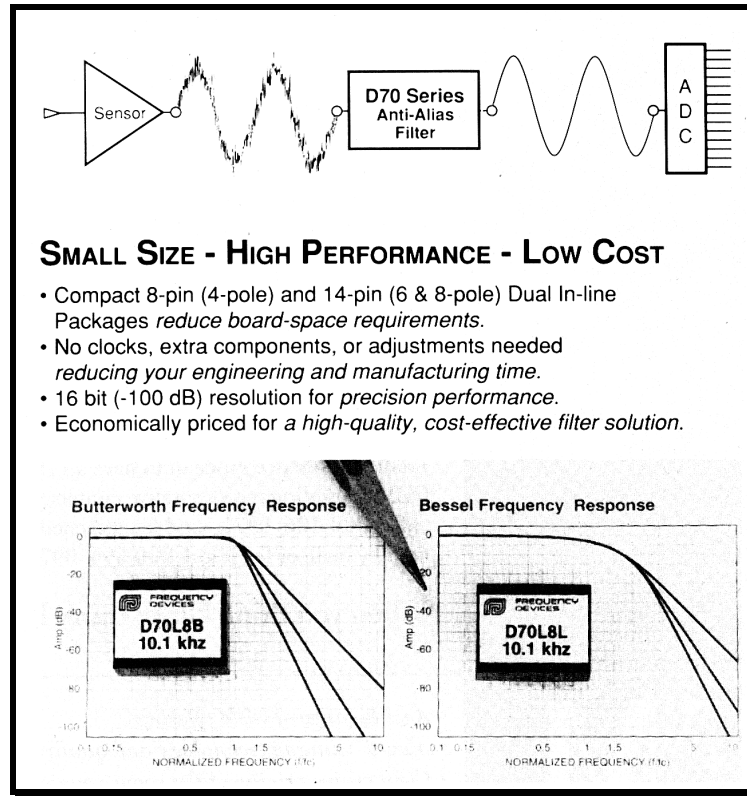


Pour que l'interpolation soit efficace même entre deux échantillons qui ne diffèrent que par le LSB, il faut que le calcul se fasse sur un nombre de bits supérieur .

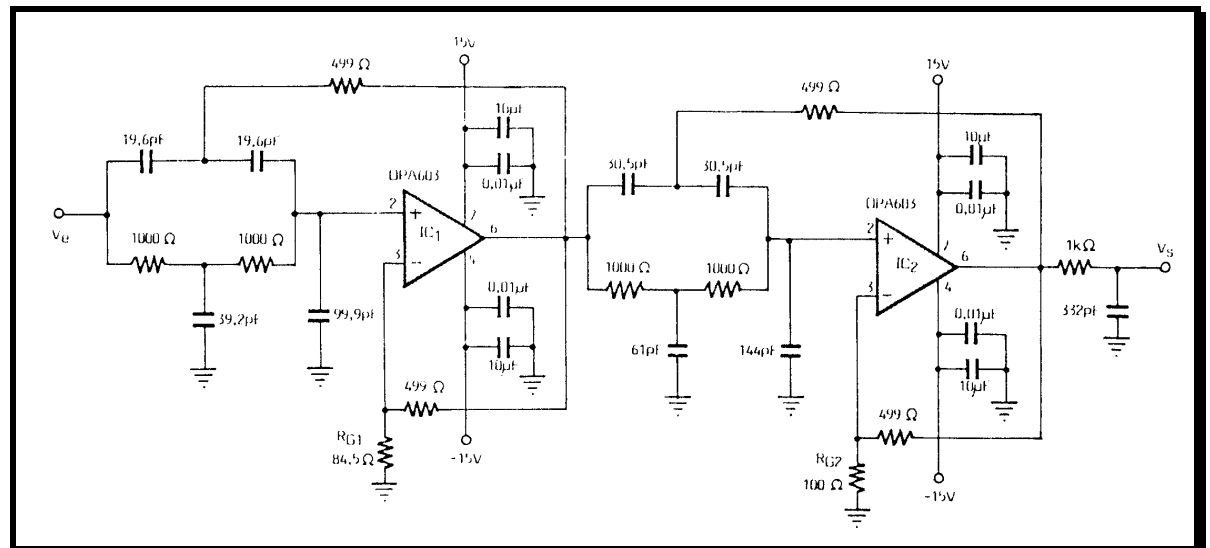
C'est ainsi que dans les lecteurs de disques compacts actuels qui utilisent couramment l'octuple suréchantillonnage à la restitution, en sortie de l'interpolateur les échantillons sont codés sur 20 voire 22 bits.

Annexe A : exemples de filtre antirepliement

- filtre anti-repliement hybride commercial, atténuation dans la bande rejetée supérieure à 100 dB



- filtre anti-repliement à $f_c = 5$ MHz, atténuation dans la bande rejetée de 75 dB



Annexe B : exemple de filtre compensateur de sinus cardinal

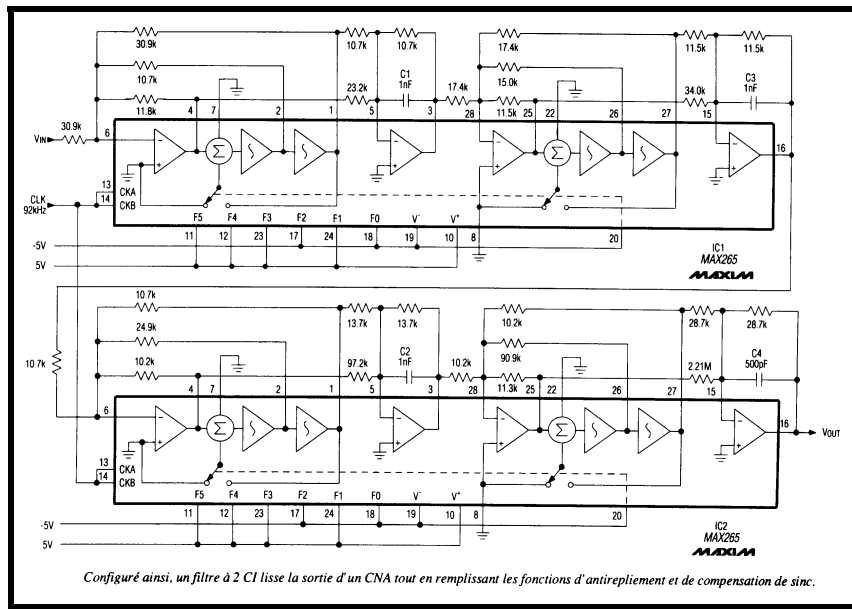
Deux doubles filtres biquad intégrés et quelques composants externes forment un filtre à usages multiples pour la reconstruction des signaux en provenance de convertisseurs numériques/analogiques.

La réponse idéale du filtre devrait comporter une compensation du sinc jusqu'à $fs/2$, puis tomber brutalement à zéro et maintenir cette atténuation infinie pour toutes les fréquences supérieures à $fs/2$.

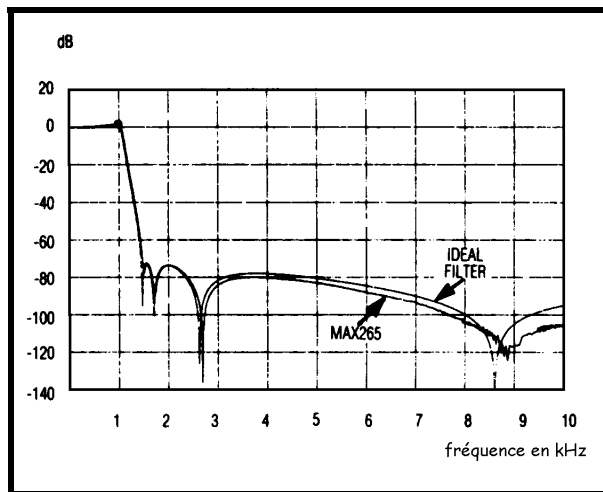
Dans la réalité, les filtres ne peuvent pas produire une transition aussi abrupte ou une atténuation infinie, ce qui se traduit dans les faits par un compromis. le circuit effectuant la coupure sur une largeur de bande finie (rapport de transition), produisant ensuite une réjection hors bande comparable au rapport signal/bruit du convertisseur numérique/analogique.

Ce rapport se situe aux alentours de 6dB/bit pour un CNA idéal, ce qui équivaut à 72dB pour un CNA 12 bits. L'erreur de quantification dégrade encore un peu plus ce rapport, conduisant à une valeur d' environ 68dB pour un convertisseur typique 12 bits.

- Structure du filtre :



- Courbe de réponse du filtre :

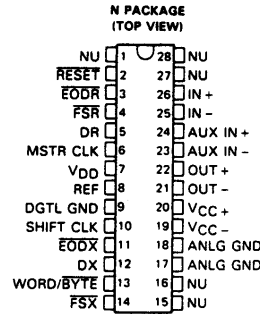


Annexe C : exemple d'interface entrée-sortie pour DSP

TLC32044C, TLC32044I
VOICE-BAND ANALOG INTERFACE CIRCUITS

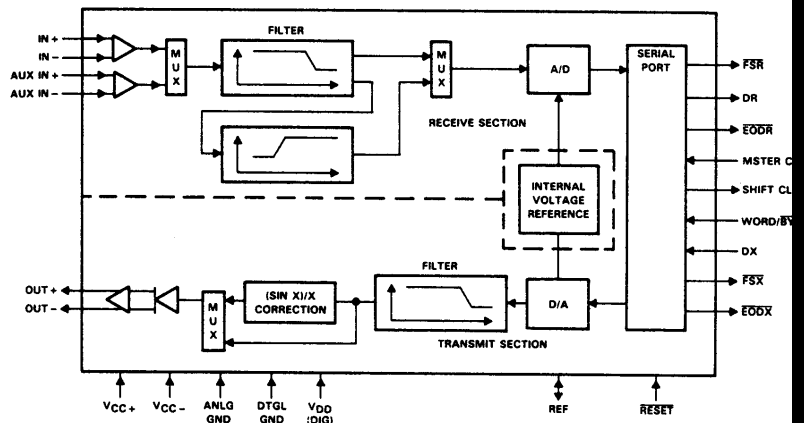
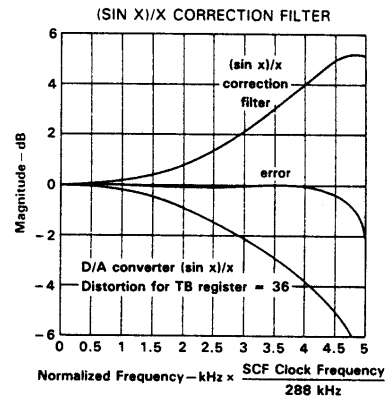
D3098, MARCH 1988—REVISED MAY 1991

- Advanced LinCMOS™ Silicon-Gate Process Technology
- 14-Bit Dynamic Range ADC and DAC
- 16-Bit Dynamic Range Input with Programmable Gain
- Variable ADC and DAC Sampling Rate Up to 19,200 Samples per Second
- Switched-Capacitor Antialiasing Input Filter and Output-Reconstruction Filter
- Serial Port for Direct Interface to TMS320C17, TMS32020, TMS320C25, and TMS320C30 Digital Processors
- Synchronous or Asynchronous ADC and DAC Conversion Rates with Programmable Incremental ADC and DAC Conversion Timing Adjustments
- Serial Port Interface to SN74299 Serial-to-Parallel Shift Register for Parallel Interface to TMS32010, TMS320C15, or Other Digital Processors
- Internal Reference for Normal Operation and External Purposes, or Can Be Overridden by External Reference
- 600-mil Wide N Package (C_L to C_L)



description

The TLC32044 is a complete analog-to-digital and digital-to-analog input/output system on a single monolithic CMOS chip. This device integrates a bandpass switched-capacitor antialiasing input filter, a 14-bit-resolution A/D converter, four microprocessor-compatible serial port modes, a 14-bit-resolution D/A converter, and a low-pass switched-capacitor output-reconstruction filter. The device offers numerous combinations of Master Clock input frequencies and conversion/sampling rates, which can be changed via digital processor control.



Annexe D : tableau des transformées en z

Expression temporelle	Transformée en z
$f(t)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1
$\delta(t - nT)$	z^{-n}
A	$\frac{Az}{z - 1}$
At	$\frac{ATz}{(z - 1)^2}$
e^{-at}	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
te^{-at}	$\frac{Tze^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\cos \omega t$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
$f(t - nT)$	$z^{-n} F(z)$
$\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)$	$\alpha F_1(z) + \beta F_2(z)$

T : période d'échantillonnage

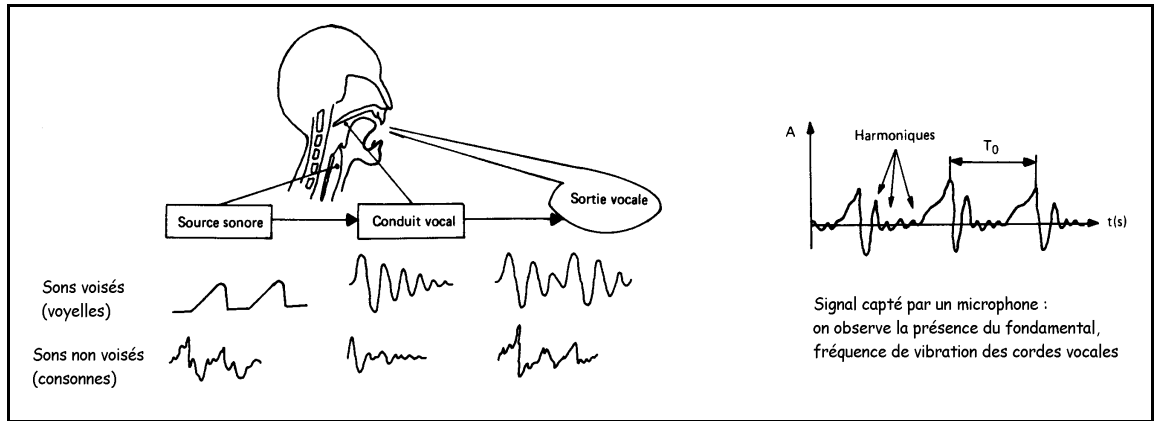
Annexe E : les filtres numériques et la synthèse vocale

Les applications des filtres numériques sont très nombreuses, car ils sont particulièrement intéressants pour réaliser des filtres d'ordre élevé, donc à grand nombre de pôles.

Il est aussi possible, en faisant varier les coefficients a_i et b_j dans l'algorithme de calcul, de réaliser des filtres adaptatifs dont la transmittance $T(z)$ évolue au cours du temps.

Une belle application de cette propriété est la synthèse de la parole. En effet, l'appareil phonatoire humain est constitué par :

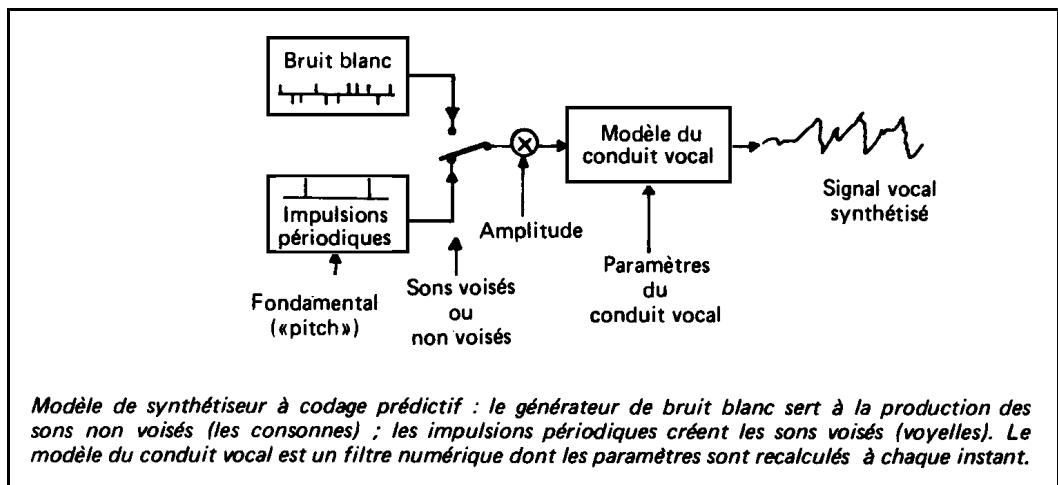
- les cordes vocales qui émettent des sons caractérisés par un fondamental (120 Hz environ pour un homme et 220 Hz pour une femme)
- un filtre acoustique constitué par les cavités buccale et nasale qui modifie le signal sonore issu des cordes vocales



On peut modéliser le conduit vocal par un filtre numérique défini par une équation de récurrence du type :

$$y_n = a_1 \cdot y_{n-1} + a_2 \cdot y_{n-2} + \dots + a_{10} \cdot y_{n-10}$$

Pour modéliser le larynx qui se déforme lorsqu'on parle, les paramètres du filtre sont actualisés toutes les 20 ms environ en fonction de la syllabe prononcée . La structure d'un système de synthèse de la parole est donc la suivante :



Un système moderne comme le téléphone GSM utilise cette technique de synthèse vocale puisqu'il ne transmet pas directement la voix numérisée du correspondant, mais un signal d'excitation (voix codée sur 3 bits soit 8 niveaux) et les paramètres a_i du filtre numérique de synthèse vocale.

Cela permet d'avoir une qualité très correcte avec un débit réduit à 13 kbits/s.